

С. В. Кузьмин

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ УСТРОЙСТВ
СВЧ ДИАПАЗОНА**

Часть 1

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2018

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им.проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)**

С. В. Кузьмин

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ УСТРОЙСТВ
СВЧ ДИАПАЗОНА**

Часть 1

Учебное пособие

СПб ГУТ)))

**Санкт-Петербург
2018**

УДК 621.396.67(075.8)
ББК 32.84я73

К 89

Рецензенты:

доктор физико-математических наук,
профессор Санкт-Петербургского политехнического
университета Петра Великого *В. П. Акимов*,
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры РОС СПбГУТ *К. О. Коровин*

*Утверждено редакционно-издательским советом СПбГУТ
в качестве учебного пособия*

Кузьмин, С. В.

К 89 Проектирование устройств СВЧ диапазона. Часть 1 : учебное
пособие / С. В. Кузьмин ; СПбГУТ. – СПб., 2018. – 80 с.

Содержит общие сведения из теории устройств СВЧ диапазона, необходимые для понимания специфики предмета и предварительных расчетов при проектировании и конструировании.

Предназначено для студентов факультета радиотехнологий связи, также может быть полезно студентам других факультетов.

©Кузьмин С. В., 2018

©Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2018

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	5
1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ	8
1.1 Радиоканал	8
1.1.1 Линии передачи	9
1.1.2 Элементарные излучатели	10
1.1.3 Излучение симметричного вибратора	10
1.1.4 Излучение апертурных антенн	10
1.2 Основные задачи теории антенн	11
1.3 Основные характеристики антенны	12
1.3.1 Входное сопротивление	12
1.3.2 Коэффициент усиления, коэффициент направленно- го действия и коэффициент полезного действия . .	12
1.3.3 Диаграмма направленности	13
1.3.4 Поляризационные характеристики	17
2 ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ	20
2.1 Уравнения Максвелла	20
2.2 Волновое уравнение	22
2.3 Электродинамические потенциалы	23
2.4 Решение волнового уравнения при наличии сторонних токов	24
2.5 Поле электрического диполя в неограниченном простран- стве. Деление пространства вокруг антенны на зоны	27
3 ВИБРАТОРНЫЕ АНТЕННЫ	29
3.1 Приближенное рассмотрение излучения вибраторных антенн	29
3.2 Биконическая линия	29
3.3 Излучение симметричного вибратора с синусоидальным распределением тока по нему	31
3.4 Входное сопротивление вибраторной антенны	32
3.4.1 Сопротивление излучения тонкого вибратора	32
3.4.2 Метод наведенных ЭДС	37
3.4.3 Определение касательной составляющей электри- ческого поля на поверхности вибратора	39
3.4.4 Определение входного сопротивления вибратора .	41
3.4.5 Эквивалентная схема Щелкунова	41
3.4.6 Интегральное уравнение для тока	43
3.5 Коэффициент направленного действия симметричного виб- ратора	44
3.6 Методы повышения широкополосности вибраторных антенн	46

3.6.1	Симметричный вибратор Надененко	46
3.6.2	Конусные и дискоконусные антенны	47
3.6.3	Петлевой вибратор Пистолькорса	47
3.7	Симметрирующие устройства	49
4	СИСТЕМЫ ВИБРАТОРОВ	53
4.1	Системы вибраторных антенн	53
4.2	Взаимные сопротивления	54
4.3	Мощность излучения системы вибраторов	55
4.4	Понятие о среднем сопротивлении. Связь между средним сопротивлением и коэффициентом направленного действия	56
4.5	Линейные вибраторные решетки	57
4.5.1	Решетка параллельных вибраторов	58
4.5.2	Решетка коллинеарных вибраторов	60
4.6	Антенные решетки, содержащие пассивные вибраторы	61
5	АПЕРТУРНЫЕ АНТЕННЫ (Часть 1)	64
5.1	Апертурные антенны	64
5.2	Геометрическая оптика	66
5.3	Уравнение эйконала	67
5.4	Принцип Ферма	69
5.5	Апланатические линзы. Условие синусов Аббе	69
5.6	Решение уравнения эйконала	70
5.7	Уравнение для лучей	71
5.8	Уравнение Клеро	72
5.9	Линза Люнеберга	73
5.9.1	Зависимость показателя преломления от радиуса в линзе Люнеберга	74
5.9.2	Зависимость показателя преломления от радиуса в модифицированной линзе Люнеберга	76
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	78

ВВЕДЕНИЕ

История развития радиотехники демонстрирует устойчивую тенденцию расширения используемого диапазона частот в сторону их увеличения. Мощным толчком к использованию частот свыше 1 ГГц (10^9 Гц) послужило изобретение радиолокации. Эти частоты получили название сверхвысоких частот или СВЧ. Одновременно с развитием радиолокации совершенствовались методики физического эксперимента, требующие применения радиочастот, превышающих 1 ГГц. В 60–70 гг. XX столетия увеличение потоков информации также потребовало использования СВЧ диапазона в системах связи. Первоначально это касалось разработок радиорелейных линий и линий космической связи. В настоящее же время техника СВЧ нашла широкое применение в индивидуальных средствах связи и спутниковом телевидении.

Одной из особенностей работы устройств СВЧ диапазона является то, что линейные размеры элементов этих устройств становятся соизмеримы с рабочей длиной волны. В результате многие положения теории цепей, оперирующей с элементами, обладающими сосредоточенными параметрами, оказываются неприменимы для устройств СВЧ. Поэтому применение теории цепей для устройств СВЧ требует специального подхода.

Другой особенностью работы на СВЧ является то, что рабочие частоты этого диапазона совпадают с рядом процессов, протекающих в материалах, используемых в радиоустройствах, на микроуровне. Это касается, например, возбуждения прецессии спинов электронов или колебания молекул вещества. Специфические проблемы возникают при создании полупроводниковых устройств, предназначенных для работы на СВЧ.

Вышесказанное обосновывает необходимость изучения принципов работы устройств СВЧ и методов их расчета. Строгое электродинамическое решение для всего устройства СВЧ найти очень сложно, а порой и практически невозможно. Поэтому при анализе и синтезе этих устройств, применяют метод декомпозиции: исходную систему разбивают на элементы, которые рассматриваются как независимые электродинамические устройства.

Каждый отдельный элемент обычно можно описать при помощи эквивалентной схемы, содержащей отрезки линий передачи и элементы с сосредоточенными параметрами. Математически электродинамическая связь между выделенными компонентами описывается при помощи характеристических матриц, таких, как матрица сопротивлений, матрица проводимостей, матрица рассеяния или матрица передачи. Благодаря такому подходу можно относительно легко и быстро осуществлять оптимизацию параметров всего устройства.

Описанный выше подход к решению задачи имеет существенный недостаток — элементы эквивалентных схем не излучают. То есть не учиты-

ваются потери на излучение, взаимное влияние элементов схемы друг на друга и влияние объектов не входящих в основную схему. Например, в современной полосковой СВЧ схеме, которая, как правило, имеет высокую степень интеграции и может быть многослойной, необходимо учитывать влияние близко расположенных элементов друг на друга и влияние стенок корпуса.

В связи с бурным развитием вычислительной техники стало возможным применение численных методов электродинамики в инженерной практике [1]. Но подобные методы весьма трудоёмки, что сильно затрудняет оптимизацию. На получение результата (матрица рассеяния и т. п.) могут уходить часы.

Часто в схеме есть устройства, параметры которых остаются неизменными и не участвуют в процессе оптимизации. В качестве примера можно привести СВЧ транзисторы, p-n диоды, чип-конденсаторы и т. д. Их эквивалентные параметры измеряют. Кроме того, при измерении легко учесть так называемые параметры включения элементов (проводачки, которыми соединяется диод с полосковой линией, выводы транзистора и т. д.).

В результате в настоящее время применяют комбинированный подход. Например, возможен следующий алгоритм:

- составляют схему из элементов, которые описываются при помощи эквивалентных схем (и соответствующих матриц передачи) или эквивалентных параметров (или матриц передачи), полученных из эксперимента;
- проводят оптимизацию устройства;
- некоторые части схемы (например, коаксиально-полосковый переход или отрезок полосковой линии, проходящей рядом со стенкой корпуса) рассчитывают, применяя численные методы электродинамики. Таким образом, получают соответствующие матрицы рассеяния, которые подставляют в исходную схему;
- вновь проводят оптимизацию.

Возможны и другие стратегии, учитывающие специфику того или иного устройства.

Одной из основных целей проектирования СВЧ устройств является исключение длительного и дорогостоящего макетирования из процесса разработки.

Для повышения эффективности и скорости разработки СВЧ устройств созданы системы автоматизированного проектирования (Microwave Office и т. п.) и программы, в которых реализованы численные методы электродинамики (Ansoft HFSS, CST Microwave Studio и т. п.). Но для того чтобы применять в своей практике столь мощные и эффективные программные продукты для разработки новых устройств и систем СВЧ диапазона необходимо очень хорошо знать, как работают уже существующие устройства.

В свою очередь, понять работу даже элементарных СВЧ устройств не представляется возможным без знания технической электродинамики. Хо-

рошими пособиями по данному предмету являются [2] и [3].

При проектировании и конструировании современных радиоэлектронных средств (РЭС) возникают проблемы связанные с электромагнитной совместимостью. И тут знание основных особенностей работы в СВЧ диапазоне помогает получать надёжные и защищённые конструкции.

В основу материалов, изложенных в пособии, лёг курс лекций, который читался в Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого доктором технических наук, профессором Дмитрием Владимировичем Шанниковым.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Радиоканал

Упрощенная схема радиоканала приведена на рис. 1.1.



Рис. 1.1. Радиоканал

Основным в функционировании радиоканала является то, что радиосигнал, передаваемый по линии передачи, поступает в антенну и излучается в окружающее эту антенну пространство. Далее радиосигнал распространяется в пространстве, взаимодействуя со средой. В условиях Земли необходимо учитывать то, что радиоволна отражается от ее поверхности, взаимодействует с атмосферой (тропосферой и ионосферой), дифрагирует на рельефе местности, предметах и строениях, расположенных на пути распространения волны. Указанные явления достаточно сложны и составляют предмет дисциплины «Распространение радиоволн» (например [4], [5], [6]).

В результате процесса распространения радиоволна падает на приемную антенну. Принятый радиосигнал поступает в приемник, связанный с приемной антенной линией передачи.

Применяемые в радиоканале передающая и приемная антенны должны обеспечить высокую эффективность его работы. Под эффективностью можно понимать обеспечение максимальной мощности принимаемого сигнала, минимизацию уровня внешних помех и минимизацию искажений формы сигнала. Кроме обеспечения передачи и приема сигнала, антенные системы используются для пеленгации источников радиоизлучения и в радиолокации.

К параметрам антенны относятся:

- 1) входное сопротивление или согласование с линией передачи;
- 2) коэффициент усиления;
- 3) коэффициент направленного действия;
- 4) коэффициент полезного действия;
- 5) диаграмма направленности.

Эти параметры будут подробно рассмотрены далее.

1.1.1. Линии передачи

Используемые линии передачи — это коаксиальный кабель, полосковая линия, волновод, диэлектрический волновод, двухпроводная линия и некоторые другие [4], [2], [7], [8]. Эти типы линий передачи показаны на рис. 1.2.

Принцип работы линий передач заключается в том, что источник энергии (генератор) создаёт электромагнитную волну в области между проводниками линии передачи, которая распространяется в сторону от генератора к нагрузке (рис. 1.3). Скорость распространения энергии (сигнала) определяется свойствами материала, заполняющего линию передачи, и конфигурацией её поперечного сечения.



Рис. 1.2. Типичные линии передачи



Рис. 1.3. Линия передачи

Если нагрузка согласована с линией, то происходит поглощение энергии падающей волны без её отражения. В противном случае возникает отражённая волна, бегущая в сторону к генератору.

Электромагнитное поле волны наводит токи на поверхности проводников; кроме того, между ними возникает разность потенциалов. Рассматривая токи и разности потенциалов, можно полностью описать процессы, протекающие в линии передачи. При рассмотрении волноводов естественнее говорить об интенсивностях падающей и отражённой волн, имея в виду либо электрическую, либо магнитную составляющую поля этих волн.

При рассмотрении процесса распространения волны в свободном пространстве также можно пользоваться понятиями, вводимыми для описания линий передач. Действительно, существуют волны, бегущие в прямом

и обратном направлениях. И, следовательно, можно говорить об их интенсивностях и их суммировании (интерференции). Существуют системы, в которых используются открытые линии передач. Такие линии достаточно широко используются в сантиметровом, миллиметровом и оптическом диапазонах электромагнитного спектра волн.

1.1.2. Элементарные излучатели

В роли элементарных излучателей могут выступать [2], [9], [10]:

1) электрический диполь или короткий вибратор (длина которого много меньше длины волны электромагнитного процесса);

2) рамка с током, эквивалентная с точки зрения излучения магнитному диполю, ориентированному перпендикулярно рамке.

Элементарный излучатель после подключения к нему источника энергии создаёт вокруг себя электромагнитное поле, которое со скоростью света в среде заполняет всё окружающее излучатель пространство. Таким образом, окружающее пространство играет роль открытой линии передачи.

1.1.3. Излучение симметричного вибратора

Рассмотрим два расходящихся проводника длиной l , между началами которых включён генератор. Естественным образом в пространстве формируются две области, одна из которых занимает сферу радиуса l , а вторая — внешнее по отношению к этой сфере пространство (рис. 1.4).

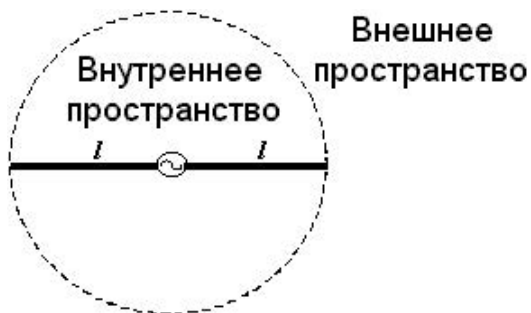


Рис. 1.4. Симметричный вибратор

Электромагнитная волна, создаваемая генератором, распространяется в области между проводниками вибратора. На границе сферы радиуса l происходит трансформация поля, сосредоточенного между проводами, в поле излучения во внешнее пространство, а также частичное отражение волны. Конфигурация излучённой и отражённых волн оказывается значительно сложнее поля первичной волны. Указанное рассмотрение позволяет понять не только принцип работы вибратора, но и построить приближённую модель для расчёта его характеристик.

1.1.4. Излучение апертурных антенн

Принцип излучения апертурной антенны рассмотрим на примере рупорной антенны. Вид рупорной антенны показан на рис. 1.5. Волна, распространяющаяся по волноводу от генератора, переходит в рупор. В рупоре волна по форме близка к расходящейся сферической волне. Набегая на поверхность 1-1, которая называется *апертурой* или раскрытием рупора, волна трансформируется в поле излучения. Кромка рупора порождает возмущение поля, которое приводит к появлению волн, отражённых

внутри рупора. Но если поперечные размеры апертуры намного превышают длину волны, то относительная амплитуда отражённых волн мала, и их влиянием на характеристики рупора пренебрегают.

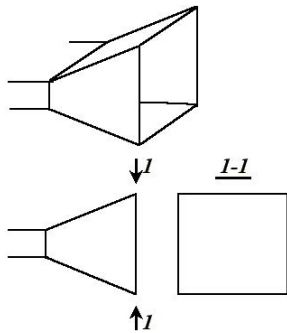


Рис. 1.5. Рупорная антенна

В более сложных апертурных антеннах происходит многократная трансформация первичной волны, порождённой источником поля [5], [10], [7]. Окончательно, и в этом случае волна трансформируется в поле излучения в окружающее пространство.

Подводя итог, мы видим, что процесс формирования излучения идентичен во всех рассмотренных случаях вне зависимости от типа антенны.

1.2. Основные задачи теории антенн

В основном в теории антенн приходится решать два типа задач — задачу *анализа* и задачу *синтеза* [5].

Если геометрия антенны полностью известна и известны электрические параметры образующих ее проводников и диэлектриков, то задача анализа заключается в нахождении электрических характеристик антенны. Эта задача, в свою очередь, сводится к определению электромагнитного поля во всех точках пространства, окружающего антенну, что позволяет получить такие основные характеристики, как ДН, входное сопротивление (или уровень согласования антенны с питающим устройством) и др. Задача анализа решается на основе следующих положений:

- 1) искомые поля должны удовлетворять уравнениям Максвелла;
- 2) искомые поля должны удовлетворять граничным условиям на поверхности раздела при переходе из одной среды в другую;
- 3) должны выполняться условия излучения: поле на большом расстоянии от антенны должно представлять расходящуюся бегущую волну, амплитуда которой с увеличением расстояния убывает как $1/r$.

В подобной строгой постановке решение задачи анализа встречает серьезные математические трудности и получено в настоящее время только для некоторых частных случаев. Более распространены приближенные методы решения задач анализа, согласно которым расчет антенн разделяется на две части: *внутреннюю* задачу и *внешнюю* задачу. Внутренняя задача состоит в определении токов в антенне (реальных или эквивалентных). Внешняя задача заключается в том, что по известному распределению токов определяется поле излучения антенны, при этом широко используется метод суперпозиции, сводящийся к разбиению антенны на элементарные излучатели (элементарный электрический вибратор, элементарный магнитный вибратор или элемент Гюйгенса) и последующему суммированию их полей.

Задачей синтеза является нахождение структуры антенны, обеспечи-

вающей требуемые электрические характеристики. Важным вопросом в процессе проектирования является выбор типа (или структуры) антенны. Если тип антенны заранее не оговорен, то выбор его на этапе структурной оптимизации обычно производится путем сравнения нескольких разновидностей антенн на основе опыта предшествующих разработок.

1.3. Основные характеристики антенны

1.3.1. Входное сопротивление

Вход антенны, очевидно, должен соответствовать линии передачи, соединяющей антенну с передатчиком или приемником. Если линия передачи представляет собой кабель или полосковую линию, то входное сопротивление антенны измеряется в Омах. Если же используется волновод, то входное сопротивление нормируют на эквивалентное волновое сопротивление волновода. Знание входного сопротивления позволяет согласовать антенну с линией передачи. Следует отметить, что входное сопротивление зависит от частоты. Эта зависимость определяет полосу частот, в которой может работать антенна. О согласовании антенны с линией можно судить по значению коэффициента стоячей волны (КСВ) или коэффициенту бегущей волны (КБВ) в ней. Чем ближе эти коэффициенты к единице, тем лучше согласование. Последнее время предпочтение отдается использованию коэффициента отражения Γ , который однозначно связан с КСВ или КБВ. Напомним

$$КСВ = \frac{1}{КБВ}, \quad \Gamma = \frac{КСВ - 1}{КСВ + 1}, \quad \Gamma = \frac{1 - КБВ}{1 + КБВ}.$$

1.3.2. Коэффициент усиления, коэффициент направленного действия и коэффициент полезного действия

Для того, чтобы определить величину коэффициента усиления и коэффициент направленного действия антенны, необходимо ввести понятие изотропного излучателя. Под **изотропным излучателем** будем понимать излучающее антенное устройство без потерь, которое создает электромагнитное поле, интенсивность которого не зависит от направления излучения. То есть, диаграмма направленности изотропного излучателя ненаправленная. При этом поляризация поля излучения для разных направлений неодинакова. Последнее принципиально, так как невозможно создать излучатель, поле которого вообще не зависит от направления излучения. Практически возможно на базе турникетной антенны создать излучатель с неравномерностью излучения по углу не превышающей $\pm 0,2$ дБ.

Коэффициентом усиления (КУ) антенны называется отношение плотности потока мощности, излучаемой антенной в направлении максимума излучения к плотности потока мощности, излучаемой изотропной антенной при равенстве расстояний между точкой наблюдения и антеннами и равенстве **подведенных** мощностей. Определение **коэффициента направленного действия (КНД)** антенны отличается от определения коэф-

коэффициента усиления только тем, что полагается равенство мощностей **излучаемых** антенной и изотропным излучателем. КУ показывает, во сколько раз надо уменьшить мощность, подводимую к антенне по сравнению с ненаправленной, чтобы в точке приема были равны напряженности полей обеих антенн. КНД показывает, во сколько раз рассматриваемая антенна увеличивает поток мощности в данном направлении по сравнению с изотропной антенной, при условии, что полная излученная мощность в обоих случаях одинакова.

При вычислении КНД, его определяют, как отношение квадрата напряженности поля, излучаемого антенной в направлении максимума излучения к усредненному по всем направлениям значению квадрата напряженности поля.

Обозначение коэффициента усиления — G_i или КУ. Индекс i означает, что сравнение ведется с изотропным излучателем. Обозначение коэффициента направленного действия — D или КНД. Измеряются КУ и КНД либо в раз, либо в дБ.

Коэффициентом полезного действия антенны (η) называется отношение излучаемой мощности к мощности, подводимой к антенне.

Так как отличие излученной мощности от подведенной может быть связано только с потерями, то $G = \eta \cdot D$.

Иногда при определении КУ учитывают рассогласование антенны с питающей линией. Очевидно, что в этом случае КУ оказывается ниже, так как часть мощности источника сигнала отражается от входа антенны и не принимает участия в создании поля излучения. Для указанного определения КУ сравнивают мощность, излученную изотропным излучателем, и мощность, падающую по питающей линии на антенну. Обозначим коэффициент усиления с учетом рассогласования через G_1 . Тогда

$$G_1 = G(1 - |\Gamma|^2),$$

где $|\Gamma|$ — модуль коэффициента отражения волны в питающей антенну линии.

1.3.3. Диаграмма направленности

Диаграмма направленности или, как принято в англоязычной литературе, *radiation pattern* описывает зависимость поля излучения антенны $\vec{E}(\vartheta, \varphi, r)$ от угла, при постоянном r . Если антенны или среда не содержат невзаимных элементов, то в силу теоремы взаимности, ДН антенны при передаче и приеме одинаковы. Обычно имеют в виду зависимость, полученную для больших расстояний между точкой наблюдения и антенной, т. е. в так называемой дальней зоне, которая удалена от антенны на расстояние $r \geq \frac{2L^2}{\lambda}$ (L — наибольший линейный размер антенны). В дальней зоне поле антенны имеет вид:

$$\vec{E}(\vartheta, \varphi, r) = A \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} \cdot \vec{F}(\vartheta, \varphi),$$

где A — коэффициент, пропорциональный интенсивности возбуждения антенны, а также зависящий от характеристик антенны; $\vec{F}(\vartheta, \varphi)$ — диаграмма направленности (в общем случае комплексный вектор), описывающая как ориентацию поля антенны, так и его фазу.

Говоря о диаграмме направленности, нужно иметь в виду, что поле характеризуется следующими параметрами: плотность потока мощности, фаза, поляризация. Отсюда используются диаграммы по мощности или по модулю поля, фазовые диаграммы и поляризационные диаграммы. Диаграммы по мощности (или по модулю поля) обычно приводятся в децибельном масштабе. На рис. 1.6 приведены примеры графического изображения диаграмм направленности по полю и в децибельном масштабе в декартовой и полярной системах координат.

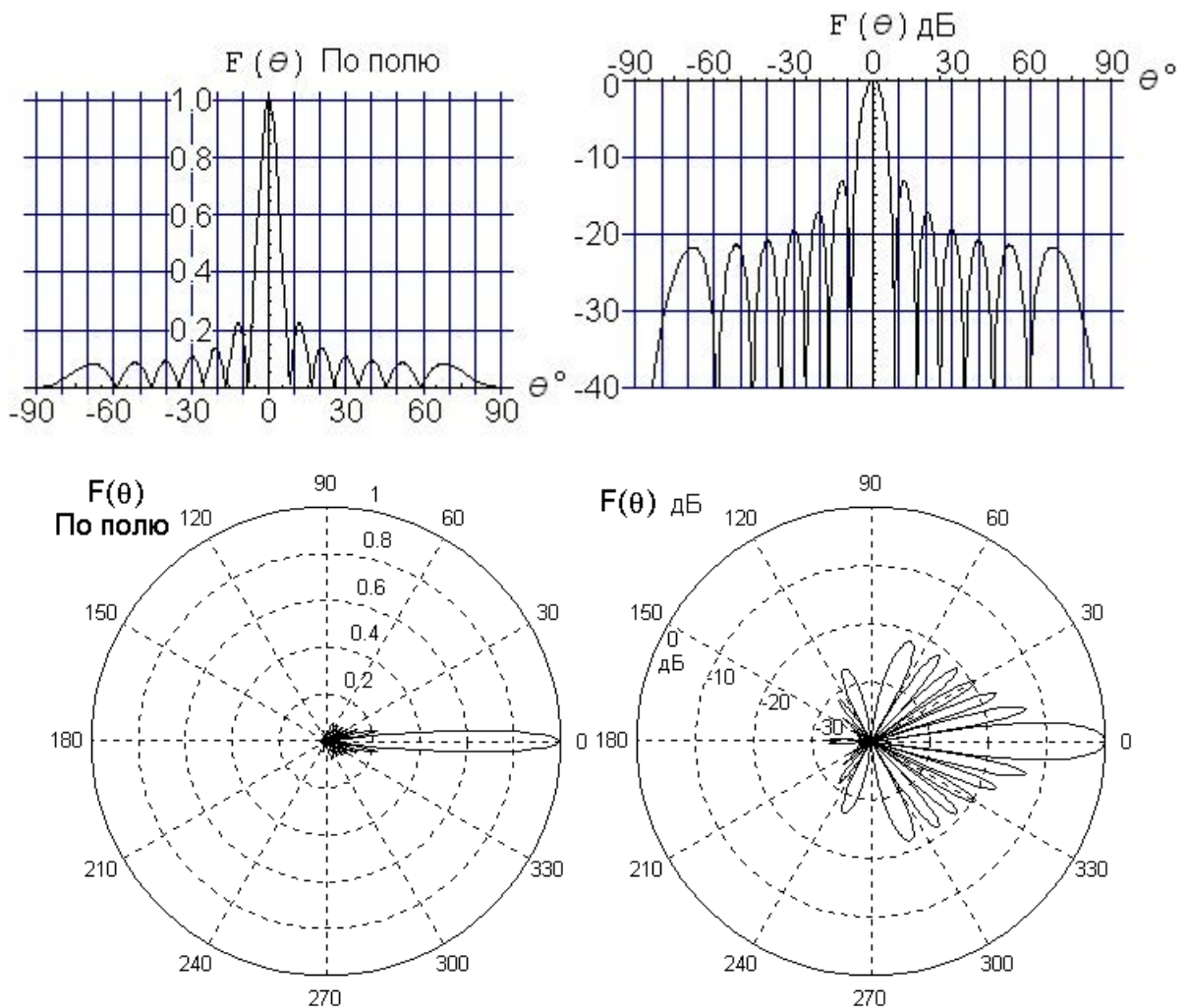


Рис. 1.6. Примеры изображения диаграмм направленности по полю и в логарифмическом масштабе в декартовой и полярной системах координат

Рассмотрим диаграмму направленности более подробно. Для этого на рис. 1.7 построена ДН реальной антенны в децибельном масштабе. Как правило интерес представляют следующие величины:

- ширина ДН по уровню половинной мощности
 $2\vartheta_{0,5} = 3,4^\circ$;
- ширина ДН по нулям
 $2\vartheta_0 = 9,4^\circ$;
- ширина ДН по уровню минус 10 дБ
 $2\vartheta_{-10 \text{ дБ}} = 6,2^\circ$;
- уровень первых боковых лепестков
минус 23,2 дБ (левый),
минус 23,15 дБ (правый).

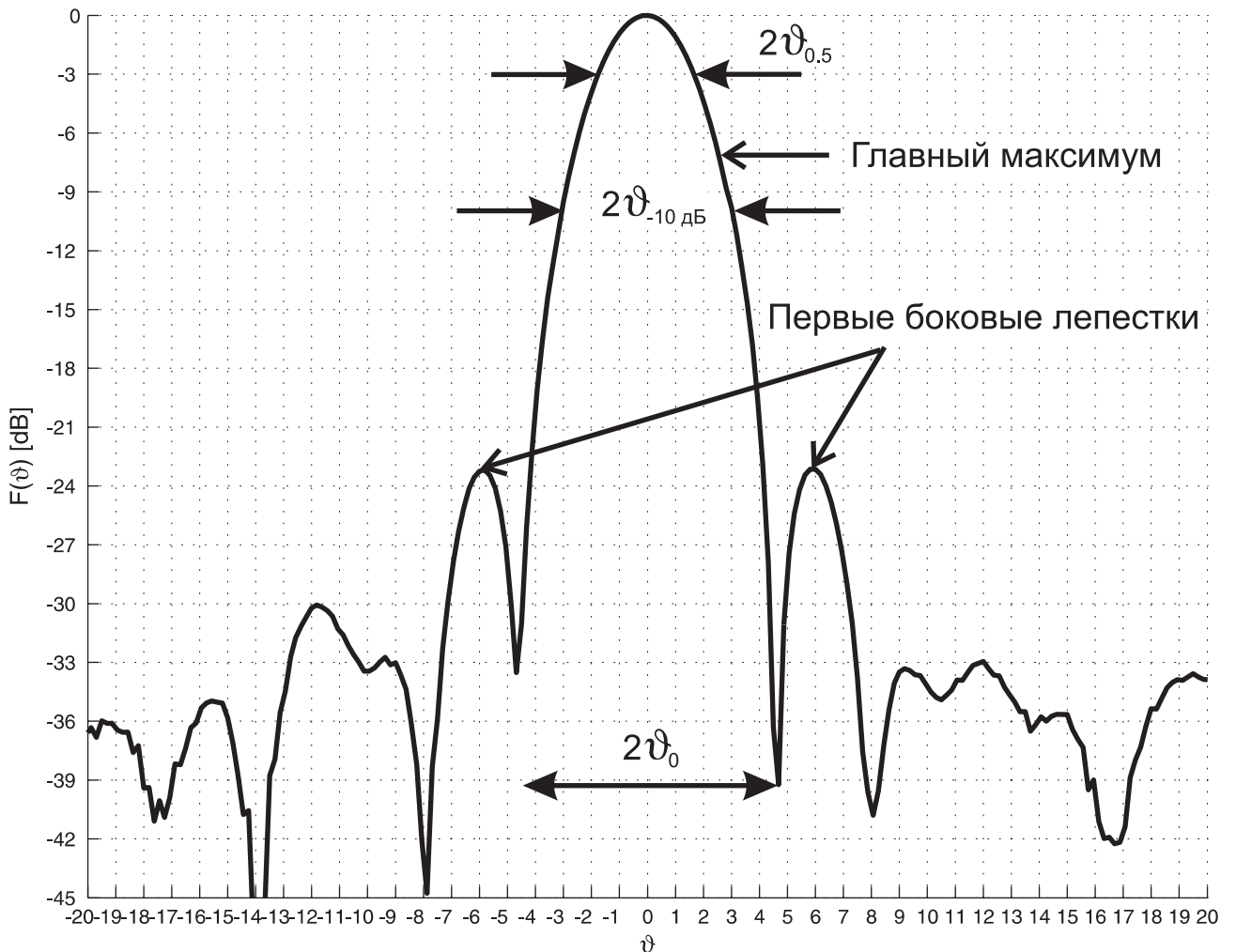


Рис. 1.7. Диаграмма направленности реальной антенны (линза Люнеберга диаметром 460 мм, $\lambda = 2,78$ см)

Логарифмические величины и их единицы

В справочнике «Физические величины» [11] написано следующее.

Наименование величины:

Логарифмическая величина (логарифм безразмерного отношения физической величины к одноименной физической величине, принимаемой за исходную):

1) усиление, ослабление, уровень звукового давления и т. п.

Наименование:

децибел

Обозначение:

дБ (dB)

Определение:

$$1 \text{ дБ} = 10 \cdot \lg \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \text{ при } P_2 = 10^{0.1} P_1,$$

$$1 \text{ дБ} = 20 \cdot \lg \left(\frac{F_2}{F_1} \right) \text{ при } F_2 = \sqrt{10^{0.1}} F_1.$$

Примечания:

* P_1, P_2 — одноименные энергетические величины (мощности, энергии, плотности энергии и т.п.);

F_1, F_2 — одноименные "силовые" величины (напряжения, силы тока, давления, напряженности поля и т.п.).

* При необходимости указать исходную величину, её значение помещают в скобках после обозначения логарифмической величины, например для уровня звукового давления L_p (ре 20 мкПа) = 20 дБ или кратко 20 дБ (ре 20 мкПа) (ре — начальные буквы слова *reference*, т. е. исходный). В радиотехнике обычно используют обозначение дБм (ре 1 мВт);

2) частотный интервал.

Наименование:

октава, декада

Обозначение:

—

Определение:

$$1 \text{ октава} = \log_2 \left(\frac{f_2}{f_1} \right) \text{ при } f_2 = 2f_1,$$

$$1 \text{ декада} = \lg \left(\frac{f_2}{f_1} \right) \text{ при } f_2 = 10f_1.$$

Примечания:

* f_1, f_2 — частоты.

Если ДН строится по полю или по мощности, то это необходимо указывать на графиках. Если же ДН построена в децибелах, то ничего указывать не нужно. Уровень ДН минус 3 дБ означает, что сигнал по мощности

упал в два раза, а по полю составляет 0,7 от максимального ($1/\sqrt{2}$). Поэтому данный уровень называют — уровень половинной мощности. Затуханию сигнала в два раза по полю соответствует уровень минус 6 дБ, при этом мощность падает в 4 раза. Выражение «Сигнал упал на 6 дБ по полю» некорректно и абсолютно бессмысленно.

1.3.4. Поляризационные характеристики

Поляризационные характеристики позволяют описать временное поведение векторов \vec{E} и \vec{H} . Если поле монохроматично и имеет все три проекции, то во времени конец вектора описывает эллипс. В случае рассмотрения поля излучения, которое имеет только две поперечные относительно направления распространения проекции, этот эллипс лежит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения. Эллипс характеризуется эксцентриситетом и ориентацией осей. Обычно говорят о наклоне большой оси эллипса (относительно выбранной системы координат) и коэффициенте эллиптичности r_3 (отношение величин малой и большой осей), который однозначно связан с эксцентриситетом e_3 : $r_3^2 + e_3^2 = 1$.

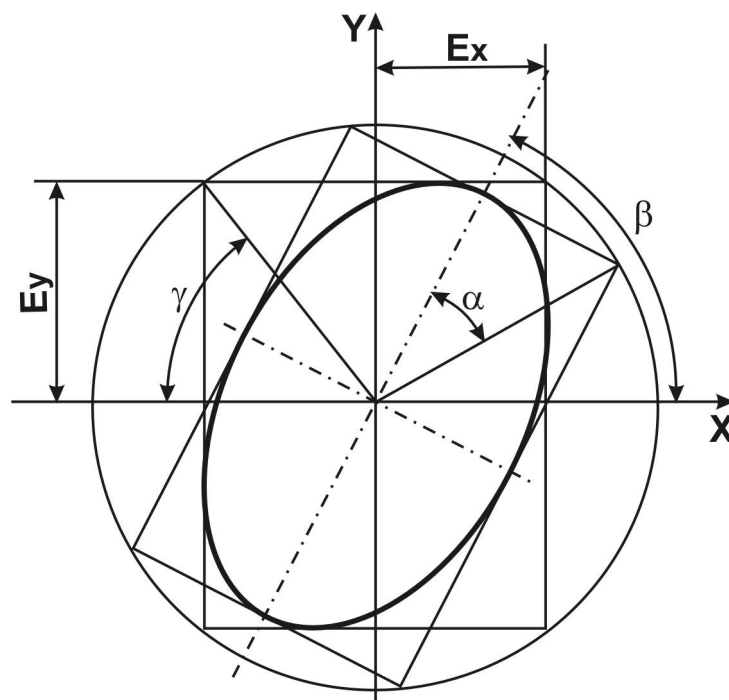


Рис. 1.8. Эллипс поляризации

На низких частотах эллипс, о котором идет речь, можно увидеть на экране осциллографа, если на его X- и Y-входы подать напряжения, пропорциональные проекциям электрического (или магнитного) поля на оси декартовой системы координат. На высоких частотах это сделать либо достаточно сложно, либо просто невозможно. Тогда поляризационные характеристики можно определить, измеряя амплитуды и относительные фазы проекций поля.

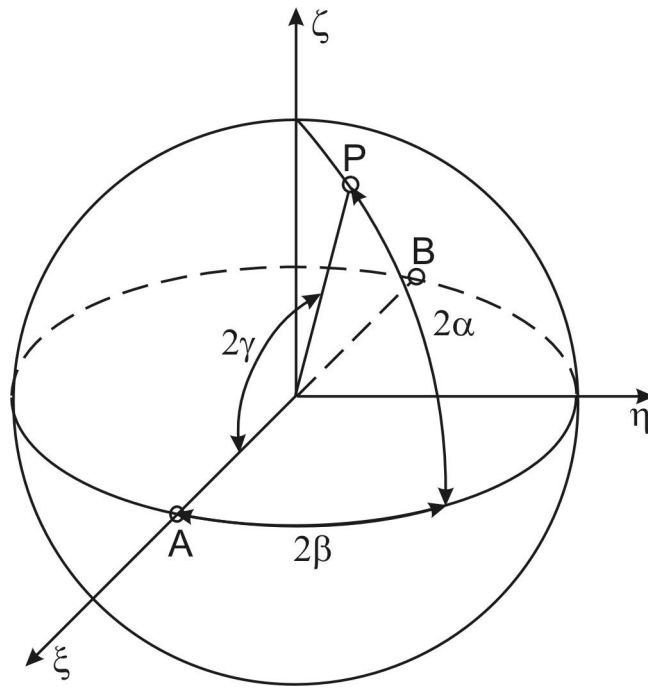


Рис. 1.9. Сфера Пуанкаре

Учитывая особенности измерений на высоких и сверхвысоких частотах, вводят ряд параметров, описывающих поляризацию поля. Широкое распространение получили параметры Стокса. Связь этих параметров с параметром эллиптичности и ориентацией эллипса в пространстве осуществляется при помощи введения в рассмотрение так называемой сферы Пуанкаре. Любой точке P на поверхности этой сферы ставится в соответствие определенная поляризация плоской монохроматической электромагнитной волны.

Введем отношение амплитуд декартовых проекций электрического поля E_y/E_x , называемое поляризационным отношением, а также угол поляризационного отношения $\gamma = \arctg E_y/E_x$. От разности фаз колебаний векторов E_x и E_y φ_{xy} зависит пространственная ориентация эллипса поляризации. Угол между большой осью эллипса и осью X обозначим через β . Введем еще один параметр, называемый углом эллиптичности: $\alpha = \arctg r_\alpha$.

Связь с этими параметрами ясна из рис. 1.8.

На сфере Пуанкаре (рис. 1.9) координаты точки P будут определяться углами 2α (широта) и 2β (долгота).

Положительным α (верхняя полусфера) соответствует правая поляризация, отрицательным (нижняя полусфера) — левая. Напомним, что в оптике правой поляризации соответствует вращение вектора поля по часовой стрелке, если наблюдатель смотрит на источник, а вертикальная или горизонтальная поляризация определяется по вектору \vec{H} . Определения поляризации Института инженеров по электротехнике и электронике

(IEEE, США) противоположны, т. е. поляризация поля определяется по вектору \vec{E} , а направление вращения положительно (правая поляризация) в соответствии с правилом буравчика. Мы будем придерживаться последнего определения.

Вернемся к сфере Пуанкаре. Очевидно, что точкам, расположенным на экваторе, соответствует линейная поляризация, полюсам — круговая. Пусть углу $\beta = 0$ соответствует горизонтальная поляризация (точка A), а $\beta = 90^\circ$ ($2\beta = 180^\circ$ точка B) — вертикальная. Из геометрии следует, что угол между направлениями на точки P и A равен 2γ . Для линейной поляризации (точки экватора) $\beta = \gamma$. Радиус сферы Пуанкаре выбирают равным плотности потока мощности волны, первому параметру Стокса S_0 . Тогда декартовы проекции точки $P(\xi, \eta, \zeta)$ соответствуют параметрам S_1, S_2, S_3 . Из геометрии следует:

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2;$$

$$S_1 = S_0 \cos 2\alpha \cos 2\beta; \quad S_1 = S_0 \cos 2\gamma;$$

$$S_2 = S_0 \cos 2\alpha \sin 2\beta; \quad S_2 = S_0 \sin 2\gamma \cos \varphi_{xy};$$

$$S_3 = S_0 \sin 2\alpha; \quad S_3 = S_0 \sin 2\gamma \sin \varphi_{xy}.$$

Два последних соотношения можно получить на основании рис. 1.8. Действительно:

$$x = E_x \cos \omega t;$$

$$y = E_y \cos (\omega t + \varphi_{xy}),$$

отсюда

$$\beta = \frac{1}{2} \arctan \frac{2tg\gamma \cos \varphi_{xy}}{1 - tg^2\gamma} \text{ или } tg2\beta = tg2\gamma \cos \varphi_{xy}.$$

Если теперь учесть, что $\cos 2\alpha \cos 2\beta = \cos 2\gamma$, то искомые соотношения получаются из тождественных преобразований.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

2.1. Уравнения Максвелла

Среды по отношению к электромагнитному полю делятся на *линейные*, в которых ε , μ и σ не зависят от величины поля и *нелинейные*, в которых хотя бы один из параметров зависит от величины поля. Далее рассматриваются только линейные среды.

В свою очередь линейные среды делятся на *однородные*, где свойства среды одинаковы во всех точках (ε , μ и σ не зависят от координат) и *неоднородные*, где такая зависимость есть, а также на *изотропные*, где свойства среды одинаковы по разным направлениям (ε , μ и σ — скалярные величины) и *анизотропные*, где свойства среды различны по разным направлениям (хотя бы один из параметров ε , μ или σ — тензор).

В общем случае уравнения Максвелла записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \vec{j}^{\text{ст}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho + \rho^{\text{ст}}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Их дополняют материальные уравнения:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E}, \\ \vec{B} &= \mu \vec{H}, \\ \vec{j} &= \sigma \vec{E}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

$\vec{j}^{\text{ст}}, \rho^{\text{ст}}$ — плотность сторонних токов и объемная плотность сторонних зарядов (принимается, что они являются первопричиной возникновения электромагнитного поля и считаются заданными), \vec{j}, ρ — плотность тока проводимости и объемная плотность зарядов, вызванные электромагнитным полем.

При построении электродинамических моделей реальных систем вво-

дят фиктивные магнитные токи и заряды:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j}_\varepsilon + \vec{j}_\varepsilon^{\text{CT}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\
 \operatorname{rot} \vec{E} &= -\vec{j}_\text{M} - \vec{j}_\text{M}^{\text{CT}} - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\
 \operatorname{div} \vec{D} &= \rho_\varepsilon + \rho_\varepsilon^{\text{CT}}, \\
 \operatorname{div} \vec{B} &= \rho_\text{M} + \rho_\text{M}^{\text{CT}}.
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Использование приведённых формул позволяет вычислить поле излучения вибраторных антенн, если найдены токи, текущие по ним. Эти же формулы могут быть использованы и при рассмотрении антенн других типов, например, зеркальных, если найдены токи на поверхности этих антенн.

Для апертурных антенн ситуация меняется. Для них на первом этапе (при решении внутренней задачи) находится поле на апертуре. А далее считается, что апертура есть часть некоторой замкнутой поверхности, причём поля отличны от нуля только на самой апертуре. И тогда внешнее поле находится, исходя из общих принципов нахождения решения по известному решению на границе.

Можно также воспользоваться так называемым принципом эквивалентности, который заключается в следующем. Заменим замкнутую поверхность, о которой только что было сказано, на идеально проводящую. И на той её части, которая совпадает с апертурой, зададим поверхностные электрические и магнитные токи:

$$\begin{aligned}
 \vec{j}_\varepsilon^{\text{CT}} &= [\vec{n} \times \vec{H}], \\
 \vec{j}_\text{M}^{\text{CT}} &= -[\vec{n} \times \vec{E}],
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

где n — внешняя нормаль к поверхности.

В результате оказывается, что поле излучения апертурной антенны совпадает с полем излучения электрических и магнитных токов, текущих по поверхности апертуры и определяемых выражениями (2.4).

Точность определения поля излучения зависит только от знаний истинного поля, создаваемого исследуемой антенной на замкнутой поверхности.

Любые токи и заряды должны удовлетворять уравнению непрерывности, которое вытекает из первого и третьего уравнений Максвелла:

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \tag{2.5}$$

В дальнейшем будем рассматривать только монохроматические сигналы, имея в виду, что более сложный сигнал можно представить в виде

совокупности монохроматических. Тогда, используя метод комплексных амплитуд, можно записать уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \vec{j}^{\text{CT}} + i\omega \vec{D}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -i\omega \vec{B}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \dot{\rho} + \dot{\rho}^{\text{CT}}, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Материальные уравнения:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \dot{\epsilon} \vec{E}, \\ \vec{B} &= \dot{\mu} \vec{H}, \\ \vec{j} &= \sigma \vec{E}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где $\dot{\epsilon} = \epsilon_0(\epsilon'_r - i\epsilon''_r)$, $\dot{\mu} = \mu_0(\mu'_r - i\mu''_r)$.

2.2. Волновое уравнение

С учетом материальных уравнений перепишем первые два уравнения Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j}^{\text{CT}} + i\omega \dot{\epsilon} \vec{E}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -i\omega \dot{\mu} \vec{H}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Пусть среда однородная и изотропная. Возьмем ротор от обеих частей второго уравнения системы (2.8) и исключим вектор \vec{H} , используя первое уравнение. Кроме того учтем, что $\operatorname{div} \vec{E} = \dot{\rho}^{\text{CT}} / \dot{\epsilon}$. Таким образом мы приходим к волновому уравнению для однородной и изотропной среды:

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = i\omega \dot{\mu} \vec{j}^{\text{CT}} + \frac{1}{\dot{\epsilon}} \cdot \operatorname{grad} \dot{\rho}^{\text{CT}}, \quad (2.9)$$

где $k = \omega \sqrt{\dot{\epsilon} \dot{\mu}}$.

Если в рассматриваемой области отсутствуют сторонние источники, то уравнение (2.9) переписывается следующим образом:

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0. \quad (2.10)$$

Векторное уравнение (2.10) эквивалентно трем скалярным уравнениям для декартовых составляющих вектора \vec{E} : $\Delta \dot{E}_i + k^2 \dot{E}_i = 0$, где $i = x, y, z$.

2.3. Электродинамические потенциалы

При решении волнового уравнения (2.9) в общем случае для упрощения вычислений вводят вспомогательные функции, а затем через них находят поля. Эти функции можно ввести различными способами, в зависимости от конкретной задачи.

Например, так как $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{a} = 0$, то из уравнения $\operatorname{div} \vec{B} = 0$ следует, что вектор \vec{B} можно представить в виде $\vec{B} = \mu \cdot \operatorname{rot} \vec{A}$. При этом

$$\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}. \quad (2.11)$$

При известном \vec{A} вектор \vec{H} находится однозначно. Но так как $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \psi = 0$, то вектор \vec{A} может быть определен с точностью до градиента произвольной скалярной функции: $\vec{A}_1 = \vec{A} + \operatorname{grad} \psi$.

Подставим (2.11) во второе уравнение (2.1) с учетом того, что $\vec{B} = \mu \vec{H}$. Получим: $\operatorname{rot} (\vec{E} + i\omega \mu \vec{A}) = 0$. Поэтому можно положить, что выражение под знаком ротора равно градиенту некоторой скалярной функции:

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} u - i\omega \mu \vec{A}. \quad (2.12)$$

Минус перед градиентом в формуле (2.12) стоит для того, чтобы потенциал u совпадал с обычным электростатическим потенциалом.

Таким образом, все векторы, определяющие электромагнитное поле, выражаются через векторный потенциал \vec{A} и скалярный потенциал u .

Теперь запишем волновое уравнение для векторного потенциала \vec{A} . Для этого возьмем ротор от обеих частей первого уравнения системы (2.1) с учетом материальных уравнений (2.2), подставим (2.12) и учтем, что $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{a} - \Delta \vec{a}$:

$$\Delta \vec{A} + k^2 \vec{A} = \operatorname{grad} (\operatorname{div} \vec{A} + i\omega \epsilon u) - \vec{j}^{\text{ст}}. \quad (2.13)$$

Так как векторный потенциал \vec{A} определен с точностью до градиента произвольной скалярной функции, то можно потребовать, чтобы \vec{A} удовлетворял дополнительному условию:

$$\operatorname{div} \vec{A} + i\omega \epsilon u = 0. \quad (2.14)$$

Уравнение (2.14) называют *условием калибровки Лоренца*.

Подставим (2.14) в (2.13) и тогда волновое уравнение для векторного потенциала запишется следующим образом:

$$\Delta \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\vec{j}^{\text{ст}}. \quad (2.15)$$

2.4. Решение волнового уравнения при наличии сторонних токов

Подробно решение векторного волнового уравнения описано в [12].

Для случая монохроматического поля первые два уравнения Максвелла, записанные в виде (2.3), с учетом материальных уравнений, станут следующими:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j}_3^{\text{CT}} + i\omega \varepsilon \vec{E}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\vec{j}_M^{\text{CT}} - i\omega \mu \vec{H}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Введем векторные электродинамические потенциалы следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -i\omega \mu \vec{A}_3 + \frac{1}{i\omega \varepsilon} \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A}_3 - \operatorname{rot} \vec{A}_M, \\ \vec{H} &= -i\omega \varepsilon \vec{A}_M + \frac{1}{i\omega \mu} \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A}_M + \operatorname{rot} \vec{A}_3. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Тогда волновые уравнения для \vec{A}_3 и \vec{A}_M будут:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{A}_3 + k^2 \vec{A}_3 &= -\vec{j}_3^{\text{CT}}, \\ \Delta \vec{A}_M + k^2 \vec{A}_M &= -\vec{j}_M^{\text{CT}}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Пусть в некотором объеме V неограниченного и изотропного пространства задано распределение объемной плотности сторонних электрических или магнитных токов \vec{j}^{CT} .

Для любой компоненты векторного потенциала в декартовой системе координат волновое уравнение запишется так:

$$\frac{\partial^2 A_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_i}{\partial z^2} + k^2 A_i = -j^{\text{CT}}. \quad (2.19)$$

Для решения волнового неоднородного уравнения 2.19 пользуются разложением Фурье:

$$A_i(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z). \quad (2.20)$$

Далее путем довольно простых, но громоздких выкладок находят решение:

$$\vec{A}(p) = \int_V \vec{j}^{\text{CT}}(q) G(p, q) dv, \quad (2.21)$$

где $p(x, y, z)$ — точка наблюдения поля, $q(x', y', z')$ — точка источников поля, а $G(p, q)$ — функция Грина, которая является функцией точки источников поля и точки наблюдения и может быть представлена в различных формах.

Функция Грина для свободного пространства:

$$G(x, y, z; x', y', z') = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-ia(x-x_1)-ib(y-y_1)-ic(z-z_1)}}{a^2 + b^2 + c^2 - k^2} da db dc. \quad (2.22)$$

Функция Грина для свободного пространства в сферической системе координат:

$$G = \frac{k}{4\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\cos \beta) \begin{cases} \xi_n^{(2)}(kr') \psi_n(kr), & r > r' \\ \psi_n(kr') \xi_n^{(2)}(kr), & r < r', \end{cases} \quad (2.23)$$

где

$$P_n(\cos \beta) = \sum_{m=-n}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \vartheta) P_n^m(\cos \vartheta') e^{-im(\varphi-\varphi')};$$

$$\psi_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr);$$

$$\xi_n^{(2)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr).$$

Функция Грина в свободном пространстве в свернутом виде:

$$G = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r}, \quad (2.24)$$

где r — расстояние между точкой наблюдения и точкой источников поля.

Если учесть все вышесказанное, то для радиальной составляющей электрического поля в сферической системе координат можно записать выражение:

$$E_r = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} n(n+1) U_{rnm}^{\mathfrak{a}}, \quad (2.25)$$

где

$$U_{rnm}^{\mathfrak{a}} = P_n^m(\cos \vartheta) e^{-im\varphi} \begin{cases} \xi_n^{(2)}(kr) F_{nm}^{2\mathfrak{a}}, & r > r' \\ \psi_n(kr) F_{nm}^{1\mathfrak{a}}, & r < r' \end{cases} \quad (2.26)$$

и

$$\begin{aligned}
F_{nm}^{s\vartheta} = & -\frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \cdot \frac{k}{4\pi\omega \dot{\varepsilon}} \int_V \left\{ j_r^{\vartheta} \frac{n(n+1)}{r'} R_n^s(kr') P_n^m(\cos \vartheta') + \right. \\
& + j_{\vartheta}^{\vartheta} \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' R_n^s(kr')) \frac{\partial P_n^m(\cos \vartheta')}{\partial \vartheta'} + j_{\varphi}^{\vartheta} \frac{im}{\sin \vartheta'} \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' R_n^s(kr')) P_n^m(\cos \vartheta') + \\
& + j_{\vartheta}^M \frac{\omega \dot{\varepsilon} m}{\sin \vartheta'} R_n^s(kr') P_n^m(\cos \vartheta') + j_{\varphi}^M i\omega \dot{\varepsilon} R_n^s(kr') \frac{\partial P_n^m(\cos \vartheta')}{\partial \vartheta'} \left. \right\} \times \\
& \times e^{im\varphi'} r'^2 \sin \vartheta' d\vartheta' dr' d\varphi',
\end{aligned} \tag{2.27}$$

((r' , ϑ' , φ') — координаты стороннего тока).

Аналогично для радиальной составляющей магнитного поля:

$$H_r = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} n(n+1) U_{rnm}^M, \tag{2.28}$$

где

$$U_{rnm}^M = P_n^m(\cos \vartheta) e^{-im\varphi} \begin{cases} \xi_n^{(2)}(kr) F_{nm}^{2M}, & r > r' \\ \psi_n(kr) F_{nm}^{1M}, & r < r' \end{cases} \tag{2.29}$$

и

$$\begin{aligned}
F_{nm}^{sM} = & -\frac{2n+1}{n(n+1)} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \cdot \frac{k}{4\pi\omega \dot{\mu}} \int_V \left\{ j_r^M \frac{n(n+1)}{r'} R_n^s(kr') P_n^m(\cos \vartheta') + \right. \\
& + j_{\vartheta}^M \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' R_n^s(kr')) \frac{\partial P_n^m(\cos \vartheta')}{\partial \vartheta'} + j_{\varphi}^M \frac{im}{\sin \vartheta'} \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' R_n^s(kr')) P_n^m(\cos \vartheta') - \\
& - j_{\vartheta}^{\vartheta} \frac{\omega \dot{\mu} m}{\sin \vartheta'} R_n^s(kr') P_n^m(\cos \vartheta') - j_{\varphi}^{\vartheta} i\omega \dot{\mu} R_n^s(kr') \frac{\partial P_n^m(\cos \vartheta')}{\partial \vartheta'} \left. \right\} \times \\
& \times e^{im\varphi'} r'^2 \sin \vartheta' d\vartheta' dr' d\varphi'.
\end{aligned} \tag{2.30}$$

В формулах (2.27) и (2.30) использованы следующие обозначения:
при $s = 1$

$$R_n^1(kr') = \xi_n^{(2)}(kr') = \sqrt{\frac{\pi}{2kr'}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr') = \sqrt{\frac{\pi}{2kr'}} \left(J_{n+\frac{1}{2}}(kr') - iY_{n+\frac{1}{2}}(kr') \right);$$

при $s = 2$

$$R_n^2(kr') = \psi_n(kr') = \sqrt{\frac{\pi}{2kr'}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr').$$

После приведенных преобразований выражений для радиальных составляющих полей можно представить электромагнитное поле сторонних

электрических и магнитных токов, распределенных в неограниченном пространстве в виде наложения электрических и магнитных волн. При этом поперечные составляющие поля выразятся через радиальные составляющие. Поперечные составляющие поля можно записать в виде суммы двух слагаемых:

$$\begin{aligned} E_{\vartheta} &= E_{\vartheta}^{\text{э}} + E_{\vartheta}^{\text{м}}; & H_{\vartheta} &= H_{\vartheta}^{\text{э}} + H_{\vartheta}^{\text{м}}; \\ E_{\varphi} &= E_{\varphi}^{\text{э}} + E_{\varphi}^{\text{м}}; & H_{\varphi} &= H_{\varphi}^{\text{э}} + H_{\varphi}^{\text{м}}. \end{aligned}$$

Тогда из однородных уравнений Максвелла для электрических волн ($H_r = 0$) получатся выражения:

$$\begin{aligned} E_{\vartheta}^{\text{э}} &= \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{\partial^2(rU_{rnm}^{\text{э}})}{\partial\vartheta\partial r}; \\ E_{\varphi}^{\text{э}} &= \frac{1}{r \sin\vartheta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{\partial^2(rU_{rnm}^{\text{э}})}{\partial\varphi\partial r}; \\ H_{\vartheta}^{\text{э}} &= \frac{i\omega \dot{\epsilon}}{r \sin\vartheta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{\partial(rU_{rnm}^{\text{э}})}{\partial\varphi}; \\ H_{\varphi}^{\text{э}} &= -\frac{i\omega \dot{\epsilon}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{\partial(rU_{rnm}^{\text{э}})}{\partial\vartheta}. \end{aligned} \tag{2.31}$$

Для магнитных волн ($E_r = 0$) получатся выражения:

$$\begin{aligned} H_{\vartheta}^{\text{м}} &= \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{\partial^2(rU_{rnm}^{\text{м}})}{\partial\vartheta\partial r}; \\ H_{\varphi}^{\text{м}} &= \frac{1}{r \sin\vartheta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{\partial^2(rU_{rnm}^{\text{м}})}{\partial\varphi\partial r}; \\ E_{\vartheta}^{\text{м}} &= -\frac{i\omega \dot{\mu}}{r \sin\vartheta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{\partial(rU_{rnm}^{\text{м}})}{\partial\varphi}; \\ E_{\varphi}^{\text{м}} &= \frac{i\omega \dot{\mu}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{\partial(rU_{rnm}^{\text{м}})}{\partial\vartheta}. \end{aligned} \tag{2.32}$$

Подробный вывод этих формул приведен в [12].

2.5. Поле электрического диполя в неограниченном пространстве. Деление пространства вокруг антенны на зоны

Используя уравнения (2.24), (2.21) и (2.17), можно найти поле электрического диполя в свободном пространстве [2], [9], [10]. Электрический

диполь представлен на рис. 2.1.

Объемное распределение тока диполя записывается в следующем виде:

$$j_r^{\vartheta} = I_z^{\vartheta} l \delta(p - 0),$$

где $I_z^{\vartheta} l$ — момент тока диполя и $\delta(p - 0)$ — трехмерная δ -функция.

При этом составляющие электрического и магнитного полей будут следующими:

$$\begin{aligned} H_{\varphi} &= \frac{I_z^{\vartheta} l}{4\pi} \sin \vartheta \left(\frac{e^{-ikr}}{r^2} + ik \frac{e^{-ikr}}{r} \right); \\ E_r &= \frac{I_z^{\vartheta} l}{2\pi i \omega \varepsilon} \cos \vartheta \left(\frac{e^{-ikr}}{r^3} + ik \frac{e^{-ikr}}{r^2} \right); \\ E_{\vartheta} &= \frac{I_z^{\vartheta} l}{4\pi i \omega \varepsilon} \sin \vartheta \left(\frac{e^{-ikr}}{r^3} + ik \frac{e^{-ikr}}{r^2} - k^2 \frac{e^{-ikr}}{r} \right); \\ H_r &= H_{\vartheta} = E_{\varphi} = 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

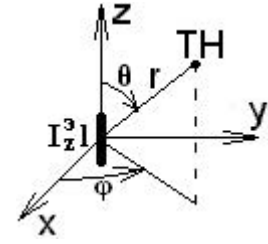


Рис. 2.1. Электрический диполь

Рассмотрим электромагнитное поле в различных зонах пространства:

1. *Ближняя зона.*

В ближней зоне $kr \ll 1$, т. е. $\frac{r}{\lambda} \ll 1$. При этом $e^{-ikr} \simeq 1$ и выражения (2.33) примут вид:

$$\begin{aligned} H_{\varphi} &= \frac{I_z^{\vartheta} l}{4\pi r^2} \sin \vartheta; \\ E_r &= \frac{I_z^{\vartheta} l}{2\pi i \omega \varepsilon r^3} \cos \vartheta; \\ E_{\vartheta} &= \frac{I_z^{\vartheta} l}{4\pi i \omega \varepsilon r^3} \sin \vartheta. \end{aligned}$$

2. *Дальняя зона.*

Для дальней зоны $kr \gg 1$, и поэтому в формулах (2.33) сохраняются только те слагаемые, которые содержат в знаменателе расстояние в первой степени:

$$\begin{aligned} H_{\varphi} &= i \frac{I_z^{\vartheta} l k}{4\pi r} \sin \vartheta e^{-ikr}; \\ E_{\vartheta} &= i \frac{I_z^{\vartheta} l k^2}{4\pi r \omega \varepsilon} \sin \vartheta e^{-ikr}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Как видно поле в дальней зоне (зоне излучения) является полностью поперечным, а поверхность равных фаз представляет собой сферу.

3. ВИБРАТОРНЫЕ АНТЕННЫ

3.1. Приближенное рассмотрение излучения вибраторных антенн

Приближённо можно считать, что ток в линейной вибраторной антенне (рис. 3.1) распределён вдоль неё по синусоидальному закону. Естественно предположить, что на концах вибратора ток равен нулю. Приближённость описания распределения тока синусоидой связана с тем, что такое распределение характерно для однородных линий передачи без потерь. Вибратор же не является однородной линией, а, кроме того, излучает электромагнитную волну, т. е. не является системой без потерь. Однако оказывается, что чем тоньше вибратор, тем реальное распределение тока по нему ближе к синусоидальному.

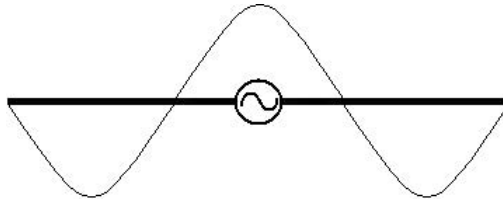


Рис. 3.1. Распределение тока в линейной вибраторной антенне

Будем полагать, что и для сравнительно толстых вибраторов предположение о синусоидальности распределения тока сохраняется. Последнее позволяет вычислить по заданной величине амплитуды тока в пучности поле излучения и мощность излучения вибраторной антенны.

3.2. Биконическая линия

Биконическая линия представлена на рис. 3.2.

Будем искать решение в виде поперечной сферической волны: $E_r = 0$, $H_r = 0$. Такое решение характерно для случая, когда возбуждение сосредоточено в начале координат. Кроме того, учтем, что задача симметрична по φ . Далее перепишем уравнения Максвелла (2.8) в сферической системе координат в свободном пространстве (приводится только та часть уравнений, которая будет необходима в дальнейшем):

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta}(\sin \vartheta H_\varphi) = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r H_\varphi) = -i\omega \varepsilon r E_\vartheta, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r E_\vartheta) = -i\omega \mu r H_\varphi. \quad (3.3)$$

Подставим (3.3) в (3.2)

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rE_\vartheta) + k^2 rE_\vartheta = 0.$$

Для решения этого уравнения воспользуемся методом разделения переменных

$$rE_\vartheta = R(r) \cdot \Theta(\vartheta),$$

тогда

$$\frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + k^2 R(r) = 0.$$

Решением этого уравнения будет

$$R(r) = C_1 \cdot e^{-ikr}.$$

Для того, чтобы найти $\Theta(\vartheta)$ подставим (3.3) в (3.1)

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_r) \right) = 0$$

или

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial r} (R(r) \cdot \Theta(\vartheta)) \right) = 0,$$

отсюда

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin \vartheta \Theta(\vartheta)) \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{R(r)}{r} \right) = 0.$$

Как мы уже знаем, $\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{R(r)}{r} \right) \neq 0$ и поэтому

$$\sin \vartheta \Theta(\vartheta) = C_2,$$

откуда

$$\Theta(\vartheta) = \frac{C_2}{\sin \vartheta}.$$

В результате мы получаем выражение для E_ϑ :

$$E_\vartheta = C \cdot \frac{e^{-ikr}}{r \sin \vartheta}.$$

Из (3.3) получается выражение для H_φ :

$$H_\varphi = C \cdot e^{-ikr} \frac{k}{\omega \mu r \sin \vartheta}.$$

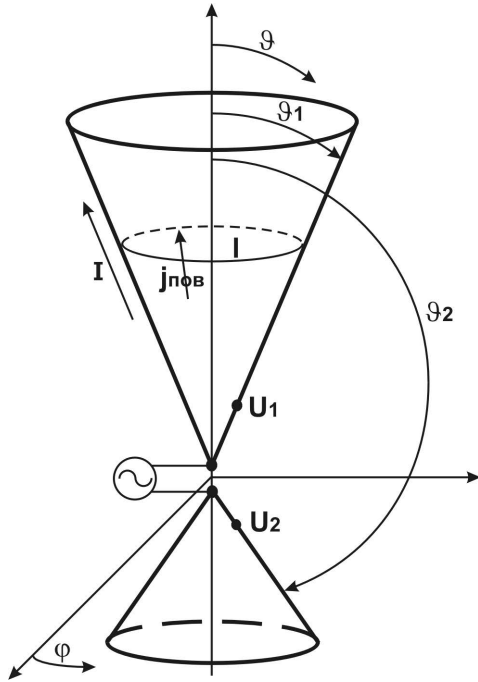


Рис. 3.2. Биконическая линия

Далее найдем, чему равна разность потенциалов между плечами линии:

$$U = U_1 - U_2 = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} r E_{\vartheta} d\vartheta = C \cdot e^{-ikr} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{1}{\sin \vartheta} d\vartheta = C \cdot e^{-ikr} \ln \frac{tg \frac{\vartheta_2}{2}}{tg \frac{\vartheta_1}{2}}.$$

Теперь запишем выражение для тока, текущего по плечам линии:

$$I = l j_{\text{пов}} = 2\pi r \sin \vartheta j_{\text{пов}}.$$

Из граничных условий следует, что $j_{\text{пов}} = H_{\varphi}$, поэтому

$$I = 2\pi r \sin \vartheta H_{\varphi} = C \cdot e^{-ikr} \frac{2\pi k}{\omega \mu}.$$

Волновое сопротивление биконической линии записывается следующим образом:

$$W = \frac{U}{I} = 60 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \ln \frac{tg \frac{\vartheta_2}{2}}{tg \frac{\vartheta_1}{2}}.$$

3.3. Излучение симметричного вибратора с синусоидальным распределением тока по нему

Рассматриваемый подход к решению задачи об излучении симметричного вибратора является приближенным, так как полагается, что ток в антенне распределен по закону синуса следующим образом (рис. 3.3):

$$I(z) = I_m \sin k(l - |z|). \quad (3.4)$$

Будем искать поле в дальней зоне. Для этого на плечах вибратора выделим два элемента с координатами $+z$ и $-z$. Далее воспользуемся принципом суперпозиции и формулами (2.34):

$$dE = dE_1 + dE_2 = i \frac{I(z) k^2}{4\pi r \omega \varepsilon} \sin \vartheta (e^{-ikr_1} + e^{-ikr_2}) dz. \quad (3.5)$$

Здесь учтено, что в дальней зоне $r_1 \simeq r_2 \simeq r$ и поэтому в знаменателе можно писать просто r . Под экспонентой такую замену производить нельзя так как пространственный сдвиг фаз между полями рассматриваемых элементов определяется отношением разности хода лучей к длине волны.

Далее выразим $r_{1,2}$ через r : $r_1 = r + |z| \cos \vartheta$, $r_2 = r - |z| \cos \vartheta$. Тогда (3.5) переписывается следующим образом:

$$dE = i \frac{I(z) k^2}{2\pi r \omega \varepsilon} \sin \vartheta e^{-ikr} \cos(k|z| \cos \vartheta) dz. \quad (3.6)$$

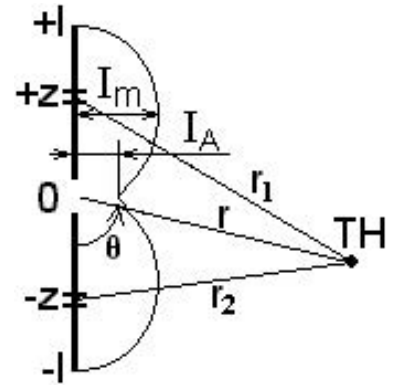


Рис. 3.3. Симметричный вибратор

Подставим (3.4) в (3.6):

$$dE = i \frac{I_m k^2}{2\pi r \omega \varepsilon} \sin \vartheta e^{-ikr} \sin k(l - |z|) \cos(k|z| \cos \vartheta) dz. \quad (3.7)$$

Для определения поля всей антенны в дальней зоне необходимо проинтегрировать (3.7) по длине одного плеча вибратора (здесь учтено, что выражение (3.7) содержит поля от двух элементов, расположенных симметрично в обоих плечах вибратора):

$$dE = i \frac{I_m k^2}{2\pi r \omega \varepsilon} \sin \vartheta e^{-ikr} \int_0^l \sin k(l - |z|) \cos(k|z| \cos \vartheta) dz. \quad (3.8)$$

После вычисления интеграла в (3.8) получаем:

$$E = i \frac{I_m k}{2\pi \omega \varepsilon} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot \frac{\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl}{\sin \vartheta}. \quad (3.9)$$

Как уже отмечалось во введении, выражение (3.9) состоит из амплитудного множителя, фазового множителя и диаграммы направленности:

$$f(\vartheta) = \frac{\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl}{\sin \vartheta}. \quad (3.10)$$

Из выражения (3.10) видно, что симметричный вибратор обладает направленными свойствами только в плоскости электрического вектора или Е-плоскости. В плоскости магнитного вектора ($\vartheta = \frac{\pi}{2}$) или Н-плоскости, излучение ненаправленное.

На рис. 3.4 – 3.8 показаны нормированные диаграммы направленности, построенные по формуле (3.10) для различных значений l/λ и соответствующие им распределения тока по вибратору.

3.4. Входное сопротивление вибраторной антенны

3.4.1. Сопротивление излучения тонкого вибратора

Задание вида распределения тока вдоль вибратора позволяет ввести понятие сопротивления излучения тонкого вибратора. Для этого необходимо вычислить мощность, излучённую вибратором, а далее положить, что эта мощность равна произведению квадрата тока в пучности его распределения вдоль вибратора на введённое сопротивление излучения.

Окружим симметричный вибратор сферой, радиус которой $r \gg \lambda$ (поверхность сферы находится в дальней зоне). Выделим на ее поверхности бесконечно малый элемент:

$$dS = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (3.11)$$

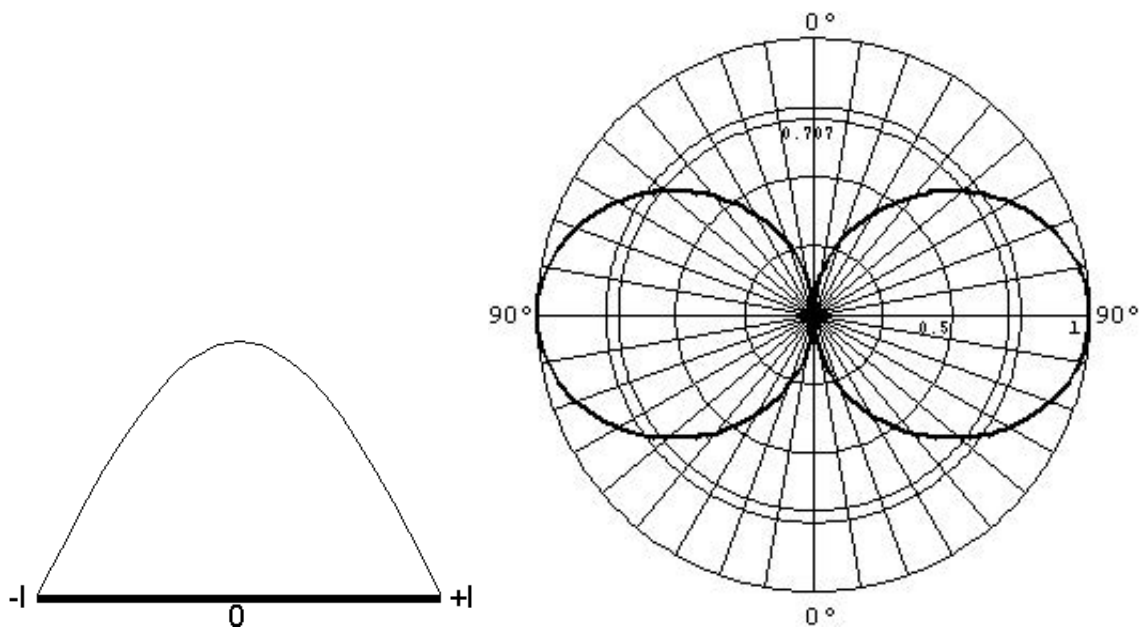


Рис. 3.4. Распределение тока и диаграмма направленности симметричного вибратора ($l/\lambda = 0,25, 2l = \lambda/2$)

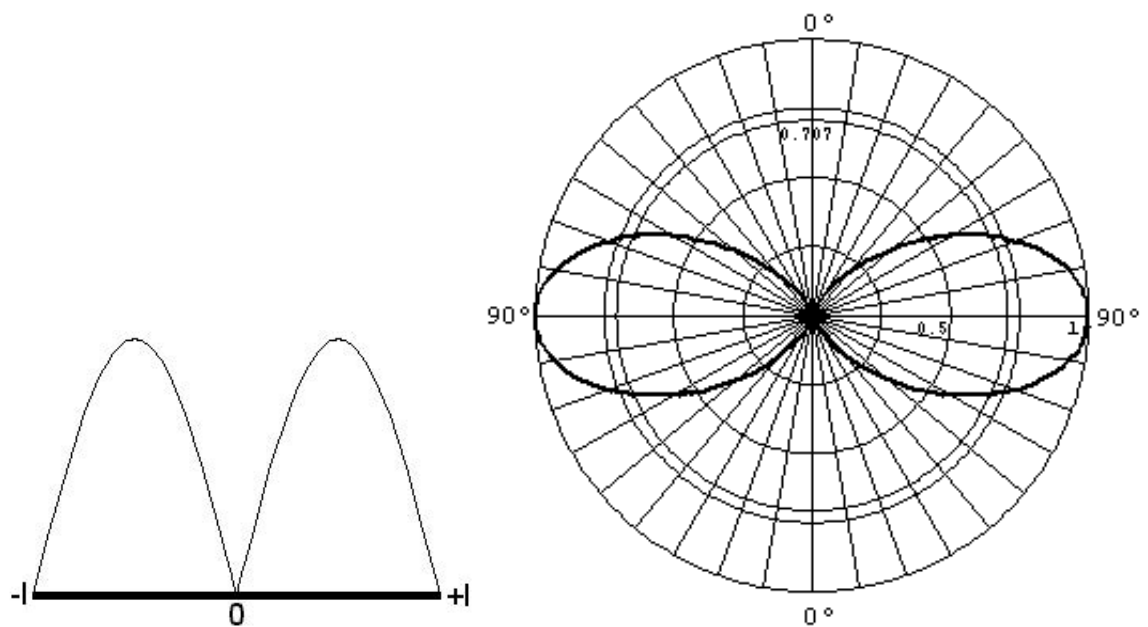


Рис. 3.5. Распределение тока и диаграмма направленности симметричного вибратора ($l/\lambda = 0,5, 2l = \lambda$)

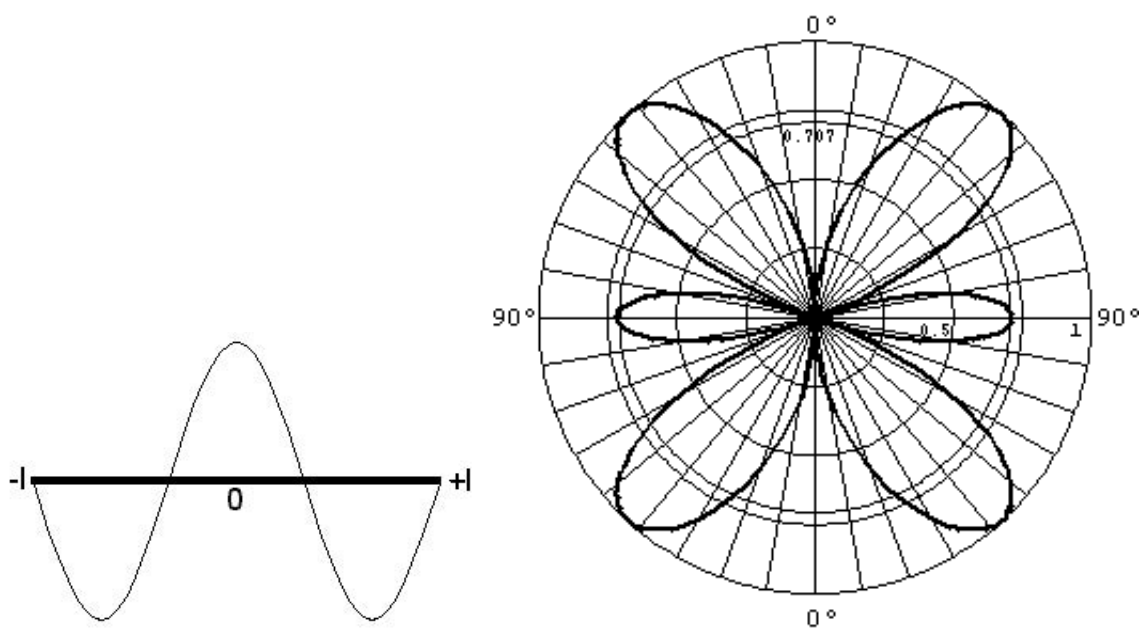


Рис. 3.6. Распределение тока и диаграмма направленности симметричного вибратора ($l/\lambda = 0,75, 2l = 3\lambda/2$)

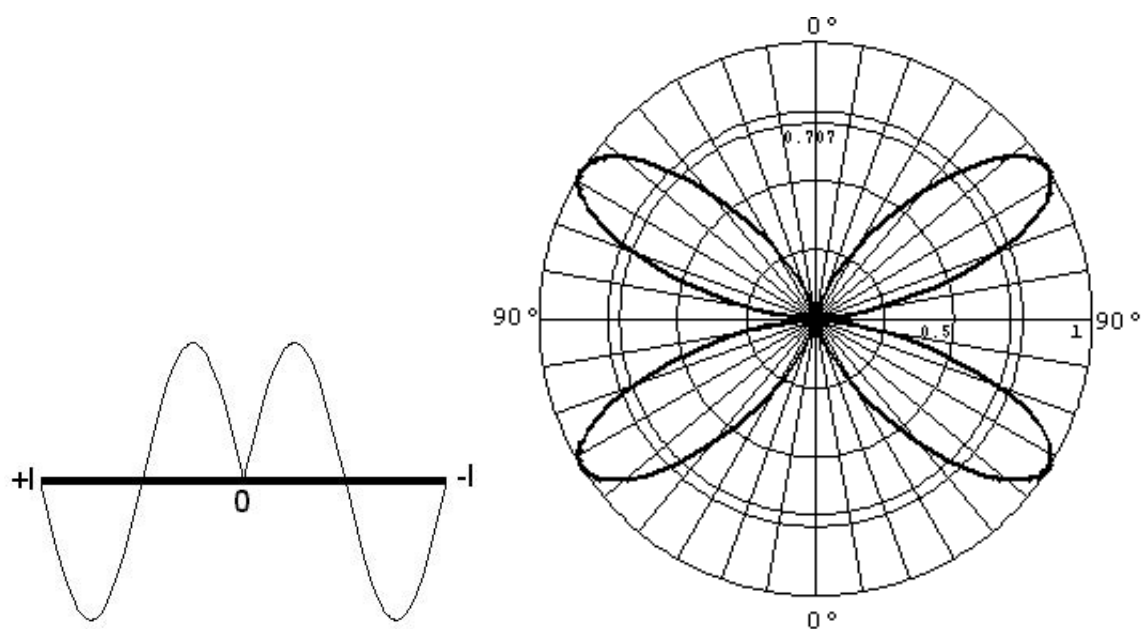


Рис. 3.7. Распределение тока и диаграмма направленности симметричного вибратора ($l/\lambda = 1, 2l = 2\lambda$)

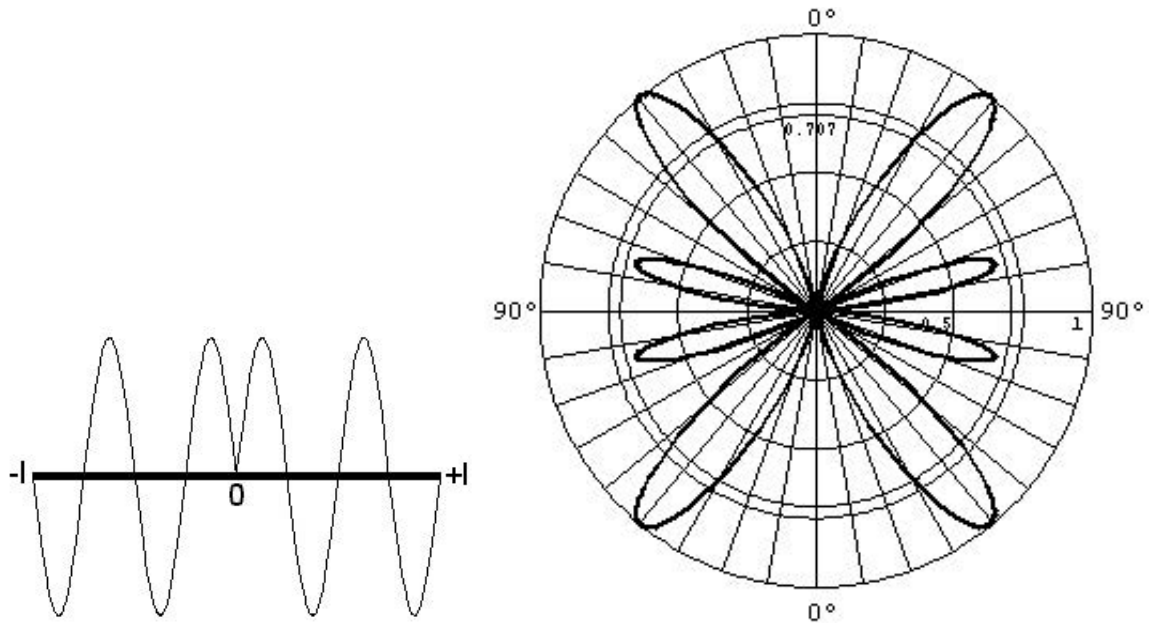


Рис. 3.8. Распределение тока и диаграмма направленности симметричного вибратора ($l/\lambda = 2, 2l = 4\lambda$)

Излучаемая мощность, приходящаяся на данный элемент поверхности [10]:

$$dP_{\Sigma} = \Pi_{\text{ср}} dS = \frac{E^2}{W_c} dS, \quad (3.12)$$

где $\Pi_{\text{ср}}$ — среднее значение вектора Пойтинга, $W_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ — волновое сопротивление среды, E — действующее значение напряженности электрического поля.

Из (3.9) следует, что:

$$E = \frac{I_m W_c}{2\pi r} \left| \frac{\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl}{\sin \vartheta} \right|, \quad (3.13)$$

где I_m — действующее значение амплитуды тока в пучности.

Чтобы найти всю мощность, излучаемую антенной, необходимо проинтегрировать (3.12) по всей поверхности сферы. Для этого подставим (3.11) и (3.13) в (3.12):

$$P_{\Sigma} = \frac{I_m^2 W_c}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{(\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl)^2}{\sin \vartheta} d\vartheta d\varphi. \quad (3.14)$$

Далее учтем, что в свободном пространстве $W_c = 120\pi$ и проинтегрируем (3.14) по φ :

$$P_{\Sigma} = I_m^2 \cdot 60 \int_0^{\pi} \frac{(\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl)^2}{\sin \vartheta} d\vartheta = I_m^2 R_{\Sigma}. \quad (3.15)$$

Введём R_{Σ} , называемое *сопротивлением излучения*. Из (3.15) получаем:

$$R_{\Sigma} = 60 \int_0^{\pi} \frac{(\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl)^2}{\sin \vartheta} d\vartheta \quad [\text{Ом}]. \quad (3.16)$$

На рис. 3.9 показана зависимость R_{Σ} от l/λ , построенная по формуле (3.16). Данная зависимость хорошо совпадает с экспериментальными данными, хотя и построена по приближенной формуле. Это объясняется тем, что сопротивление излучения определяется полем в дальней зоне, которое мало зависит от точности задания распределения тока по вибратору.

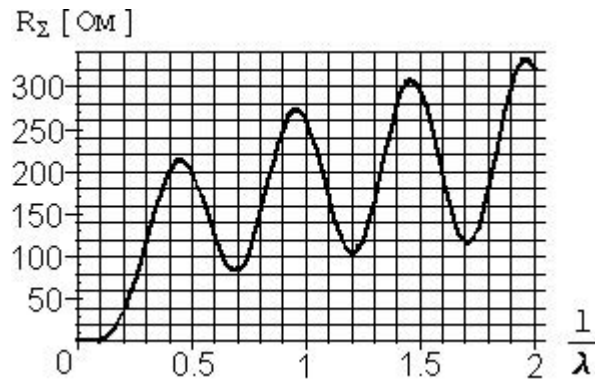


Рис. 3.9. Зависимость сопротивления излучения от длины антенны

Для полуволнового вибратора ($l/\lambda = 0,5$) $R_{\Sigma} \approx 73,1$ Ом.

Если $l \ll \lambda$, поле вибратора зависит от угла ϑ как $\sin \vartheta$. В этом случае интеграл (3.16) вычисляется элементарно, и оказывается, что

$$R_{\Sigma} = 20(kl)^4 \quad [\text{Ом}]. \quad (3.17)$$

При $l \ll \lambda$ понятие *сопротивление излучения* носит формальный характер. Действительно, в этом случае пучность в распределении тока отсутствует. В этом легко убедиться, посмотрев на эпюру распределения тока вдоль вибратора (рис. 3.10). Пучности тока отстоят от концов вибратора на расстояниях $\lambda/4$, $3\lambda/4$ и т. д., что не удовлетворяет предположению $l \ll \lambda$.

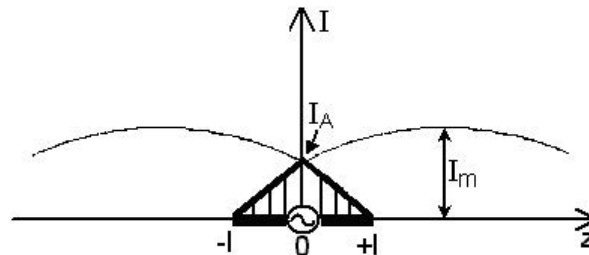


Рис. 3.10. Распределение тока вдоль короткого вибратора

Обозначим ток на зажимах вибратора через I_A . Тогда на основании формулы (3.4) получим:

$$I_A = I(z)|_{z=0} = I_m \sin kl. \quad (3.18)$$

P_Σ можно определить как

$$P_\Sigma = I_A^2 R_A, \quad (3.19)$$

где R_A — активная часть входного сопротивления вибратора.

Отсюда, учитывая, что для $kl \ll 1$, $\sin kl$ можно заменить аргументом, и сравнивая (3.15), (3.17) и (3.19), для этого случая получим

$$R_A = 20(kl)^2 \text{ [Ом]}. \quad (3.20)$$

В результате можно рассматривать эквивалентную схему короткого вибратора как последовательное соединение активного сопротивления, равного R_A , и ёмкости, равной ёмкости между плечами антенны.

Вообще говоря, нужно ещё учитывать ёмкость зазора между плечами, к которому подводится напряжение источника высокочастотного сигнала. Расчёты показывают, что эту ёмкость необходимо учитывать только в случае, если ширина зазора меньше диаметра проводников вибратора, или если в зазоре используется диэлектрический изолятор, имеющий большую диэлектрическую проницаемость. Эти особые случаи рассматриваться не будут.

Величина ёмкости между плечами короткого вибратора может быть рассчитана методами электростатики. Можно, однако, воспользоваться данными, полученными при расчёте реактивной части входного сопротивления вибратора произвольной длины. Соответствующие выражения будут получены далее.

Воспользовавшись выражением (3.35) для короткого вибратора, запишем:

$$X_A = -\frac{120}{kl} \left(\ln \frac{l}{a} - 1 \right) \text{ [Ом]}. \quad (3.21)$$

Сравнение (3.20) и (3.21) показывает, что для коротких вибраторов $R_A \ll |X_A|$. Последнее обстоятельство существенно снижает эффективность работы коротких вибраторов.

3.4.2. Метод наведенных ЭДС

Метод наведённых электродвижущих сил для определения входного сопротивления вибраторных антенн был предложен в 20-е гг. прошлого века. Формулировка метода носила эвристический характер. Несмотря на нестрогость подхода метод позволил получить приемлемую для практического применения точность при расчёте проволочных антенн различной конфигурации.

В 1951 г. появилась работа М. И. Конторовича [13], в которой соотношение для определения входного сопротивления вибратора, аналогичное

полученному методом наведённых ЭДС, было получено на основе теоремы взаимности.

Приведём вывод, сделанный этим методом. Пусть имеется вибратор длиной $2l$, в центре которого включён источник, развивающий напряжение U на зажимах. При этом по вибратору течёт ток

$$I(z) = I_A f(z), \quad (3.22)$$

где $f(z)$ — комплексная функция, описывающая распределение тока по вибратору. Так как ток на зажимах вибратора I_A есть $I(0)$, то $f(0) = 1$.

Заменим сосредоточенное возбуждение вибратора (создаваемое подключённым к зажимам вибратора источником напряжения) на распределённое (создаваемое волной, падающей из внешнего пространства, т. е. сторонней для вибратора электромагнитной волной). Тогда элементарная ЭДС, действующая на каждом элементарном (коротком) участке вибратора может быть записана как

$$de(z) = E_{\text{стоп}}(z) dz. \quad (3.23)$$

Так как проводники вибратора полагаются идеально проводящими, то **полное** электрическое поле на поверхности проводников, а точнее его касательная составляющая, должна быть равна нулю. Итак,

$$E_{\text{стоп}}(z) + E_{\tau}(z) = 0, \quad (3.24)$$

где $E_{\tau}(z)$ — касательная составляющая электрического поля, создаваемого током, текущим по вибратору под действием распределённой электродвижущей силы $de(z)$. Обозначим через I_0 ток, текущий через центральное сечение вибратора с распределённым возбуждением. Очевидно

$$I_0 = \int dI_0, \quad (3.25)$$

где dI_0 — ток, порождённый элементарной электродвижущей силой $de(z)$.

Найдём связь между dI_0 и $de(z)$, воспользовавшись теоремой взаимности.

Согласно этой теореме

$$\frac{dI_0}{de(z)} = \frac{I(z)}{U}. \quad (3.26)$$

Или, используя (3.23), (3.24) и (3.26),

$$dI_0 = -\frac{I(z)}{U} E_{\tau}(z) dz. \quad (3.27)$$

Подставим (3.27) в (3.25) с учетом (3.22) и получим

$$I_0 = -\frac{I_A}{U} \int_{-l}^l f(z) E_{\tau}(z) dz. \quad (3.28)$$

Так как $Z_A = U/I_A$, на основании (3.28) можно записать окончательное выражение для входного сопротивления вибратора в виде:

$$Z_A = -\frac{1}{I_0} \int_{-l}^l f(z) E_\tau(z) dz. \quad (3.29)$$

В работе [14] показано, что выражение (3.29) является стационарным по отношению к функции $f(z)$, если под $E_\tau(z)$ понимать поле, создаваемое током $I_0 f(z)$. То есть Z_A , вычисленное по (3.29), отличается от истинного на величину меньшего порядка малости, чем приближённое значение функции $f(z)$ отличается от истинного при возбуждении вибратора сосредоточенной электродвижущей силой.

В качестве приближения для $f(z)$ обычно выбирается синусоидальное распределение.

3.4.3. Определение касательной составляющей электрического поля на поверхности вибратора

Задание распределения электрического тока на поверхности вибратора в явном виде позволяет вычислить электрическое поле, создаваемое протекающим по вибратору током, на основе соотношений между током, векторным потенциалом и электрическим полем.

Можно показать, что ток, текущий по поверхности цилиндрического вибратора радиуса a создаёт электромагнитное поле, с большой степенью точности совпадающее с полем линейного тока, текущего по оси вибратора. Для этого достаточно, чтобы было выполнено условие $a \ll \lambda$, а линейный ток был бы равен $2\pi a j_{\text{пов}}$ (где $j_{\text{пов}}$ — плотность поверхностного тока, текущего по поверхности вибратора радиуса a).

Воспользовавшись обозначениями, показанными на рис. 3.11, для векторного потенциала, определяемого на поверхности цилиндра и имеющего единственную проекцию вдоль оси z (так как токи имеют для рассматриваемого случая, обладающего осевой симметрией, только z -ую составляющую), запишем:

$$A_z = \frac{1}{4\pi} \int_{-l}^{+l} I(\xi) \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} d\xi, \quad (3.30)$$

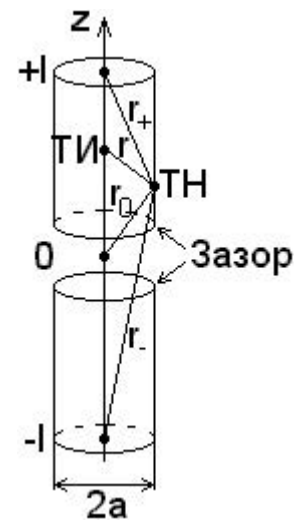


Рис. 3.11. Вибраторная антенна

где

$$r = \sqrt{(z - \xi)^2 + a^2}, \quad (3.31)$$

z — координата точки наблюдения, ξ — координата точки интегрирования.

Подставим (3.4) в (3.30):

$$A_z = \frac{I_0}{4\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{\sin k(l - |\xi|)}{\sin kl} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} d\xi.$$

Для касательной составляющей электрического поля, ориентированной вдоль оси z , на основании (2.17) получим:

$$E_z = \frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} - i\omega\mu A_z. \quad (3.32)$$

Для проведения дальнейших расчетов необходимо определить связь между производными $\frac{\partial r}{\partial z}$ и $\frac{\partial r}{\partial \xi}$. Из (3.31) видно, что

$$\frac{\partial r}{\partial z} = -\frac{\partial r}{\partial \xi}.$$

Последовательно вычисляя $\frac{\partial A_z}{\partial z}$ и $\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}$, и применяя при этом метод интегрирования по частям, получим:

$$\begin{aligned} E_z = & i \frac{I_0}{4\pi\omega\varepsilon \sin kl} \cdot \left\{ \frac{\partial \sin k(l - |\xi|)}{\partial \xi} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \Big|_{\xi=l} - \frac{\partial \sin k(l - |\xi|)}{\partial \xi} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \Big|_{\xi=+0} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial \sin k(l - |\xi|)}{\partial \xi} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \Big|_{\xi=-0} - \frac{\partial \sin k(l - |\xi|)}{\partial \xi} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \Big|_{\xi=-l} \right\} - \\ & - i \frac{I_0}{4\pi\omega\varepsilon \sin kl} \cdot \int_{-l}^{+l} \left\{ \frac{\partial^2 \sin k(l - |\xi|)}{\partial^2 \xi} + \omega^2 \varepsilon \mu \sin k(l - |\xi|) \right\} \frac{e^{-ikr}}{r} d\xi. \end{aligned}$$

Нетрудно показать, что фигурная скобка в последнем интеграле равна нулю. Окончательно получим:

$$E_z = -i 30 \frac{I_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}}{\sin kl} \left[\frac{e^{-ikr_+}}{r_+} - 2 \cos kl \cdot \frac{e^{-ikr_0}}{r_0} + \frac{e^{-ikr_-}}{r_-} \right], \quad (3.33)$$

где $r_+ = \sqrt{(l - z)^2 + a^2}$, $r_- = \sqrt{(l + z)^2 + a^2}$, $r_0 = \sqrt{z^2 + a^2}$ — расстояния от точки на поверхности вибратора до его концов и до начала координат.

3.4.4. Определение входного сопротивления вибратора

Подстановка (3.33) в (3.29) позволяет определить входное сопротивление вибраторной антенны. Наличие множителя $\frac{1}{\sin kl}$ как в выражении для поля, так и в выражении для тока, приводит к тому, что окончательный результат удобно представить в виде:

$$Z_A = \frac{Z_\Sigma}{\sin^2 kl} = \frac{R_\Sigma}{\sin^2 kl} + i \frac{X_\Sigma}{\sin^2 kl}, \quad (3.34)$$

где R_Σ и X_Σ вычисляются через соответствующие интегралы. Анализ показывает, что полученное значение R_Σ с точностью до членов порядка ka совпадает с R_Σ , полученным путём вычисления излучённой мощности (3.16). X_Σ зависит как от длины вибратора, так и от его радиуса a .

Основным недостатком полученного соотношения является то, что Z_A стремится к бесконечности при $\sin kl \rightarrow 0$, т. е. при длинах вибратора $2l$, равных целому числу длин волн λ .

Анализ показывает, что с точностью до величин порядка ka для R_Σ и X_Σ могут быть записаны следующие соотношения:

$$R_\Sigma = 30[2(C + \ln 2kl - Ci 2kl) + (Si 4kl - 2Si 2kl) \sin 2kl + \\ + (C + Ci 4kl - 2Ci 2kl + \ln kl) \cos 2kl],$$

$$X_\Sigma = 30[2Si 2kl + (C + \ln kl - 2 \ln \frac{l}{a} + Ci 4kl - 2Ci 2kl) \sin 2kl + \\ + (2Si 2kl - Si 4kl) \cos 2kl],$$

где $C = 0,5772$ — постоянная Эйлера;

$Si(x)$ — специальная функция, называемая *интегральный синус*;

$Ci(x)$ — специальная функция, называемая *интегральный косинус*.

Для $l \ll \lambda$ имеем уже полученную ранее величину

$$R_A = 20(kl)^2,$$

мнимая же часть входного сопротивления короткого вибратора будет равна

$$X_A = -\frac{120}{kl} \left(\ln \frac{l}{a} - 1 \right), \quad (3.35)$$

что можно трактовать как ёмкостное входное сопротивление разомкнутой линии передачи длины l с волновым сопротивлением $W_{\text{эКВ}} = 120 \left(\ln \frac{l}{a} - 1 \right)$.

3.4.5. Эквивалентная схема Щелкунова

Вернемся к представлению излучения вибратора как процесса распространения волны между проводниками вибратора с последующим её излучением с поверхности радиуса a . Если первую часть процесса приближённо представить как распространение волны в некоторой эквивалентной линии передачи, то процесс излучения и частичного отражения волны обратно к генератору можно представить как воздействие падающей волны

на некоторую комплексную нагрузку. Ранее было введено сопротивление Z_{Σ} , которое так же, как и R_{Σ} соответствовало пучности тока. По аналогии рассмотрим эквивалентную схему, предложенную С. А. Щелкуновым и имеющую вид линии передачи с волновым сопротивлением $W_{\text{ЭКВ}}$ длиной $l - \lambda/4$, нагруженной на комплексное сопротивление $Z_a = R_a + iX_a$ (рис. 3.12). Желательно, чтобы X_a так же, как и R_a зависело только от длины плеча вибратора l и не зависело от радиуса вибратора a . Последнее возможно при соответствующем выборе $W_{\text{ЭКВ}}$.

Найдём сопротивление нагрузки эквивалентной линии передачи Z_a и её волновое сопротивление $W_{\text{ЭКВ}}$, сравнивая входное сопротивление Z_A , полученное методом наведённых ЭДС и из эквивалентной схемы С. А. Щелкунова. Из теории линий передач известно, что

$$Z_A = \frac{Z_a \cos kl_1 + iW_{\text{ЭКВ}} \sin kl_1}{W_{\text{ЭКВ}} \cos kl_1 + iZ_a \sin kl_1},$$

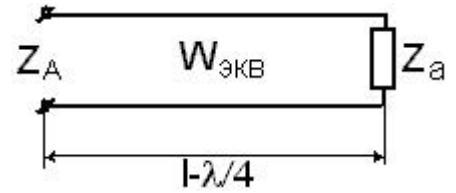


Рис. 3.12. Эквивалентная схема Щелкунова

где $l_1 = l - \frac{\lambda}{4}$. Последнее выражение легко преобразовать к виду:

$$Z_A = \frac{Z_a}{\sin^2 kl} - iW_{\text{ЭКВ}} \frac{\cos kl \sin kl}{\sin^2 kl} + o\left(\left|\frac{Z_a}{W_{\text{ЭКВ}}}\right|^2\right).$$

Для тонких вибраторов $W_{\text{ЭКВ}}$ велико, и членами порядка $\left|\frac{Z_a}{W_{\text{ЭКВ}}}\right|^2$ можно пренебречь.

Если сравнить полученный результат с выражением (3.34), полученным методом наведённых ЭДС, то можно увидеть, что

$$R_a = R_{\Sigma},$$

$$X_a = X_{\Sigma} + W_{\text{ЭКВ}} \frac{\sin 2kl}{2}.$$

Вообще говоря, выбор $W_{\text{ЭКВ}}$ неоднозначен, но целесообразно сделать его так, чтобы эквивалентная схема С. А. Щелкунова при малых l совпала с эквивалентной схемой короткого вибратора. Для этого достаточно положить $W_{\text{ЭКВ}} = 120 \left(\ln \frac{l}{a} - 1\right)$. Тогда, используя выражение для X_{Σ} , X_a получим в виде:

$$X_a = 30[2Si 2kl + (C + \ln kl - 2 + Ci 4kl - 2Ci 2kl) \sin 2kl + (2Si 2kl - Si 4kl) \cos 2kl].$$

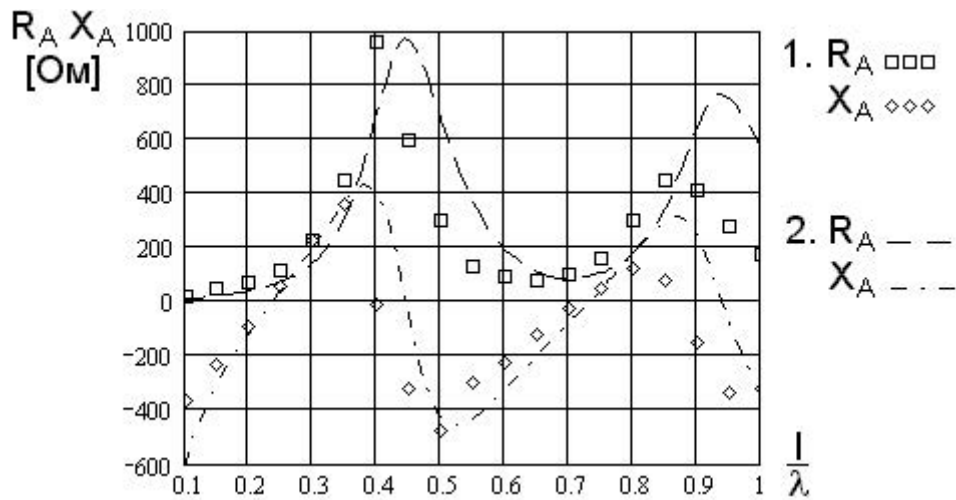


Рис. 3.13. Зависимость входного сопротивления вибраторной антенны от l/λ (1. Эксперимент 2. Расчет по эквивалентной схеме С. А. Щелкунова)

На рис. 3.13 приведено сравнение данных расчёта входного сопротивления симметричного вибратора ($l/a = 100$) по схеме С. А. Щелкунова с результатами эксперимента. Имеет место хорошее качественное совпадение. Однако при этом существует сдвиг зависимостей R_A и X_A как по частоте (по отношению l/λ), так и по абсолютным значениям.

3.4.6. Интегральное уравнение для тока

Несовпадение результатов расчёта входного сопротивления симметричного вибратора с тем, что есть на самом деле, связано с неточностью определения тока, текущего по вибратору. Наиболее эффективным по точности методом нахождения тока является метод интегрального уравнения.

Как правило, при записи интегрального уравнения пользуются некоторыми упрощениями. Для тонкого вибратора основным упрощением является замена поверхностных токов на линейный ток, текущий по оси вибратора. Отметим, что такое приближение уже использовалось в методе наведённых электродвижущих сил. Воспользуемся выражением (3.30) для векторного потенциала:

$$A_z = \frac{1}{4\pi} \int_{-l}^{+l} I(\xi) \frac{e^{-ik\sqrt{(z-\xi)^2+a^2}}}{\sqrt{(z-\xi)^2+a^2}} d\xi. \quad (3.36)$$

Если теперь воспользоваться выражением для E_z (3.32) и тем обстоятельством, что на поверхности вибратора в силу нулевых граничных условий $E_z = -E_{\text{стор}}$, можно записать:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z = -i\omega\varepsilon E_{\text{стор}}. \quad (3.37)$$

При сосредоточенном возбуждении вибратора $E_{\text{стор}}$ представляет собой δ -функцию (дельта-функцию). Для рассматриваемого случая реше-

ние (3.37) должно быть чётной функцией (в силу симметрии самого вибратора). Учитывая это, решение может быть записано в виде:

$$A_z = -\frac{i}{\mu}(C_1 \cos kz + C_2 \sin k|z|). \quad (3.38)$$

Наличие в (3.38) $|z|$ обеспечивает разрыв первой производной $\frac{\partial A_z}{\partial z}$ в начале координат, в результате чего $\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}$ ведет себя как δ -функция, обеспечивая равенство левой и правой частей уравнения.

Если подставить в (3.37) решение (3.38) и проинтегрировать левую и правую часть по зазору (см. рис. 3.11), получим:

$$\left. \frac{dA_z}{dz} \right|_{z=+0} - \left. \frac{dA_z}{dz} \right|_{z=-0} = -i\omega\varepsilon U,$$

где U — разность потенциалов на зазоре. Отсюда $C_2 = U/2$.

Таким образом, объединяя (3.36) и (3.38), получим уравнение:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{-l}^{+l} I(\xi) \frac{e^{-ik\sqrt{(z-\xi)^2+a^2}}}{\sqrt{(z-\xi)^2+a^2}} d\xi = -\frac{i}{\mu}(C_1 \cos kz + \frac{U}{2} \sin k|z|), \quad (3.39)$$

к которому необходимо добавить условия для тока на концах вибратора

$$I(\pm l) = 0. \quad (3.40)$$

Выражение (3.39) есть не что иное, как интегральное уравнение Вольтера 1-го рода. В теории антенн при указанном виде правой части оно носит название *уравнения Галлена*. Это уравнение может быть решено численно. Постоянная C_1 выбирается так, чтобы выполнялось (3.40). Для этого достаточно решить уравнение для случаев: 1) $U = 0$ и 2) $C_1 = 0$. Затем необходимо сложить два полученных решения и выполнить условие (3.40).

Для нахождения Z_A достаточно U поделить на I_0 :

$$Z_A = \frac{U}{I_0}.$$

К сожалению, численное решение интегрального уравнения для тока даёт функцию, совпадающую с истинным распределением тока лишь *в среднем*. В результате проверка правильности результата для Z_A требует дополнительного анализа.

3.5. Коэффициент направленного действия симметричного вибратора

Согласно определению КНД, данному в разд. 1,

$$D = \frac{E^2(\vartheta, \varphi)}{E_{\text{ср}}^2} = \frac{E_{\text{max}}^2 F^2(\vartheta, \varphi)}{E_{\text{ср}}^2}, \quad (3.41)$$

где $F(\vartheta, \varphi)$ — нормированная на максимум диаграмма направленности. При определении КНД не интересуются подводимой к антенне мощностью и ее КПД.

С учетом того, что площадь поверхности сферы $S = 4\pi r^2$, а $dS = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$:

$$E_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} E_{\text{max}}^2 F^2(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi. \quad (3.42)$$

Подставим (3.42) в (3.41):

$$D = \frac{4\pi F^2(\vartheta, \varphi)}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F^2(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}. \quad (3.43)$$

Если напряженность поля не зависит от φ , то выражение (3.43) упрощается:

$$D = \frac{2F^2(\vartheta)}{\int_0^{\pi} F^2(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta}. \quad (3.44)$$

В направлении максимального излучения $F(\vartheta) = 1$ и поэтому (3.44) запишется следующим образом:

$$D_{\text{max}} = \frac{2}{\int_0^{\pi} F^2(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta}. \quad (3.45)$$

На рис. 3.14 построена зависимость D_{max} от l/λ для симметричного вибратора с использованием формулы (3.45) в направлении $\vartheta = 90^\circ$. Стремление D к нулю при $l \rightarrow \lambda$, объясняется тем, что при $l > \lambda$ $F(\vartheta_{\text{max}}) = 0$ (рис. 3.7 и 3.8).

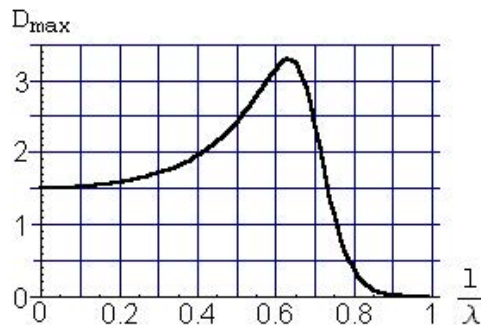


Рис. 3.14. Зависимость КНД симметричного вибратора в направлении $\vartheta = 90^\circ$ от длины антенны

3.6. Методы повышения широкополосности вибраторных антенн

Эквивалентная схема вибраторной антенны, приведённая на рис. 3.12 показывает, что при уменьшении эквивалентного волнового сопротивления вибратора до величины, близкой к R_a , входное сопротивление начинает меньше зависеть от частоты. Это подтверждают результаты расчётов для двух значений эквивалентного волнового сопротивления 500 Ом и 150 Ом, приведённые на рисунке 3.15.

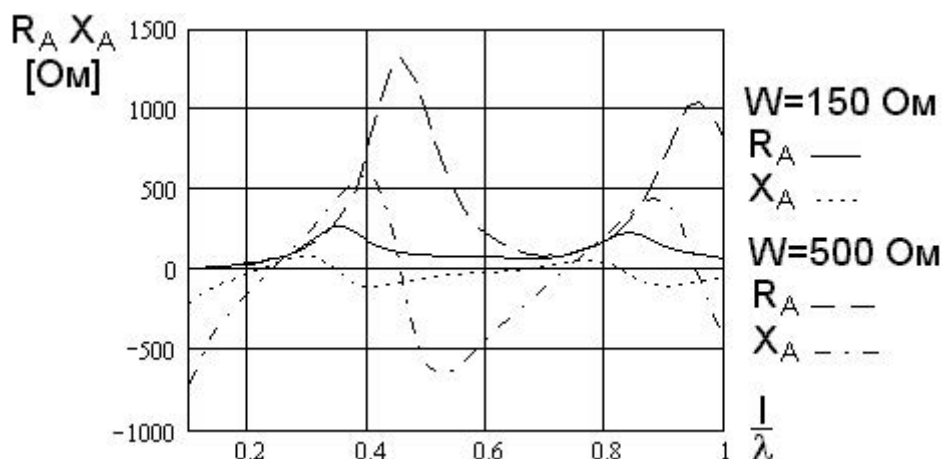


Рис. 3.15. Зависимость входного сопротивления антенны от l/λ

3.6.1. Симметричный вибратор Надененко

Для того, чтобы уменьшить волновое сопротивление, достаточно увеличить толщину вибратора. С конструктивной точки зрения, особенно когда длина волны велика, вибратор целесообразно изготавливать не в виде сплошного цилиндра, а из набора проводников. Такая конструкция приведена на рис. 3.16 и носит название *диполя Надененко* (по имени автора, предложившего её в 30-е гг. прошлого века). Провода натянуты по образующим цилиндра, в результате чего волновое сопротивление снижается до 250 – 450 Ом.

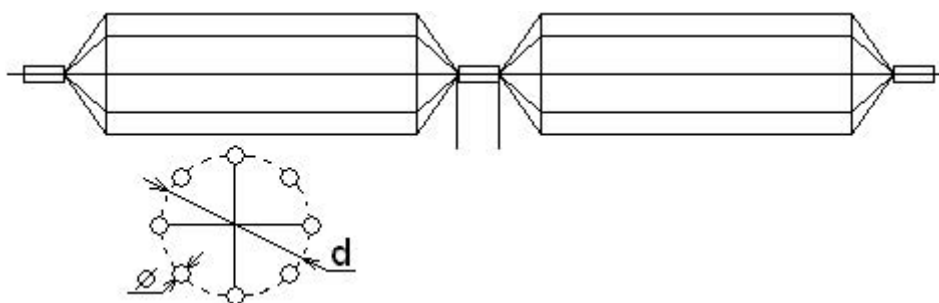


Рис. 3.16. Симметричный вибратор Надененко

Для приведённой конструкции можно ввести эквивалентный диаметр — диаметр сплошного металлического цилиндра, волновое сопротивление которого равно волновому сопротивлению данного цилиндра, выполненного из отдельных проводов:

$$d_{\text{экв}} = d \sqrt[n]{\frac{n \cdot \varnothing}{d}}, \quad (3.46)$$

где n — число проводов;

\varnothing — диаметр проводников;

d — диаметр окружности, по которой расположены проводники.

Таким образом, для расчёта эквивалентного волнового сопротивления рассматриваемого вибратора можно пользоваться соотношениями для цилиндрического вибратора при условии замены d на $d_{\text{экв}}$.

Снижение волнового сопротивления позволяет использовать антенну в диапазоне $0,25 \leq l/\lambda \leq 0,63$, при этом коэффициент перекрытия $f_{\text{max}}/f_{\text{min}} = 2,5$, а КСВ в линии меньше трёх.

3.6.2. Конусные и дискоконусные антенны

Для обеспечения широкополосности на практике кроме толстых цилиндрических вибраторов нашли широкое применение конусные и дискоконусные антенны (рис. 3.17). В этих антеннах, так же, как и в предыдущем случае, конусные поверхности могут быть заменены на расходящиеся веером цилиндрические проводники.

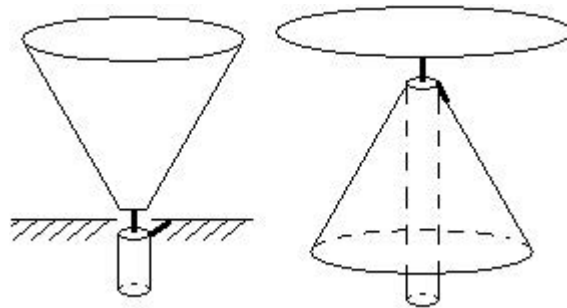


Рис. 3.17. Конусные и дискоконусные антенны

3.6.3. Петлевой вибратор Пистолькорса

Широко используется на практике петлевой вибратор, предложенный А. А. Пистолькорсом в 1940 г. Этот вибратор характеризует удобство крепления, увеличение широкополосности по сравнению с простым цилиндрическим вибратором и простота обеспечения согласования с коаксиальным кабелем при использовании симметрирующего устройства (смотри далее) в виде U -образного колена.

Основные свойства петлевого вибратора могут быть получены, если токи, текущие по его проводникам, разбить на две составляющие — симметричную I_1 и несимметричную I_2 (рис. 3.18):

$$I(z) = I_1(z) + I_2(z).$$

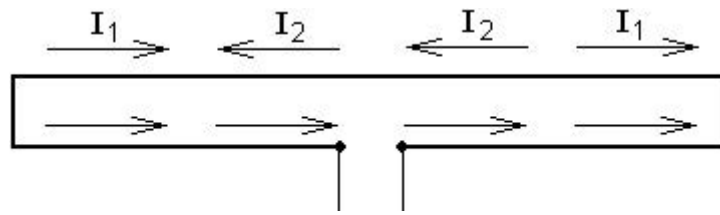


Рис. 3.18. Петлевой вибратор Пистолькорса

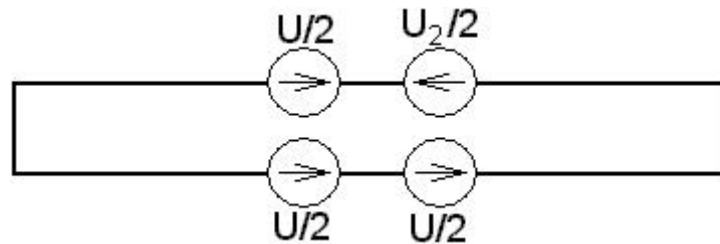


Рис. 3.19. Возбуждение вибраторов

Очевидно, что ток $I_1(z)$ соответствует синфазному возбуждению обоих проводников вибратора, при котором образуется симметричный вибратор, состоящий из двух параллельных проводников и имеющий эквивалентный диаметр:

$$d_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{2d\varnothing},$$

где d — расстояние между осями проводников вибратора;

\varnothing — диаметр проводников.

Далее будем полагать, что $d \ll \lambda$, следовательно, излучением токов, текущих по переключкам, можно пренебречь.

Для того, чтобы определить интенсивность токов I_1 и I_2 , представим возбуждение вибраторов так, как показано на рис. 3.19. Синфазное напряжение $U/2$ возбуждает ток I_1 , а последовательно включённые два напряжения по $U/2$ — ток I_2 . Синфазное напряжение $U/2$ вызывает полный ток, текущий по обоим проводникам, т. е. ток $2I_1$. Нагрузкой для этого напряжения является входное сопротивление Z_{in} симметричного вибратора, диаметр которого равен $d_{\text{ЭКВ}}$. Отсюда, в соответствии с законом Ома,

$$\frac{U/2}{2I_1} = Z_{in}$$

или

$$\frac{U}{I_1} = 4Z_{in}.$$

Для последовательно включённых напряжений нагрузкой являются два отрезка закороченных линий длиной l , имеющих волновое сопротивление:

$$W_{\pi} = 120 \operatorname{Arch} \frac{d}{\varnothing} = 120 \ln \left[\frac{d}{\varnothing} + \sqrt{\left(\frac{d}{\varnothing}\right)^2 - 1} \right].$$

Используя значение входного сопротивления закороченной линии, получим

$$\frac{U}{I_2} = 2iW_{\pi} \operatorname{tg} kl.$$

Учитывая, что входной ток петлевого вибратора является суммой токов I_1 и I_2 , а напряжение равно U , получим эквивалентную схему, изображённую на рис. 3.20. В этой схеме из-за малости расстояния d по сравнению с λ не учитывается излучение, связанное, как уже говорилось, с токами по перемычкам, а также излучение противофазных токов.

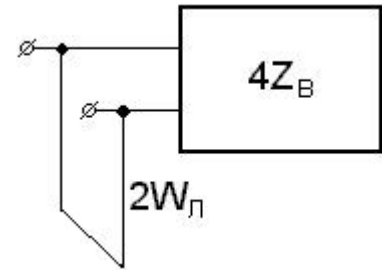


Рис. 3.20. Эквивалентная схема

3.7. Симметрирующие устройства

Рассмотренные ранее симметричные вибраторы (включая петлевой вибратор) возбуждались от источника, подключённого к их зажимам. Реально же возбуждение к вибратору поступает по некоторой линии передачи. В том случае, когда используется симметричная линия (рис. 3.21), симметрия возбуждения сохраняется. Если же используется коаксиальный кабель, то наличие ёмкостной связи между плечами вибратора и оплёткой кабеля приводит к несимметрии. Эта несимметрия проявляется в том, что токи, текущие по плечам вибратора, оказываются разными, а кроме того, на внешней поверхности оплётки коаксиального кабеля появляется ток. Этот ток создаёт излучение (такое явление носит название *антенного эффекта фидера*), искажающее диаграмму направленности и изменяющее входное сопротивление антенны.



Рис. 3.21. Симметрированный (слева) и несимметрированный (справа) вибраторы

Для обеспечения симметрии возбуждения вибратора при использовании коаксиального кабеля применяют симметрирующие устройства.

Простейшим симметрирующим устройством является бифилярная катушка (рис. 3.22), индуктивное сопротивление которой (по модулю) в несколько раз превышает входное сопротивление вибратора.

Принцип действия этого симметрирующего устройства заключается в том, что синфазный входной ток вибратора протекает по проводникам катушки в разных направлениях и не создаёт в ней магнитного поля. Возникшая же за счёт несимметрии разность в токах приводит к появлению напряжения на зажимах катушки, которое стремится уменьшить эту разность.

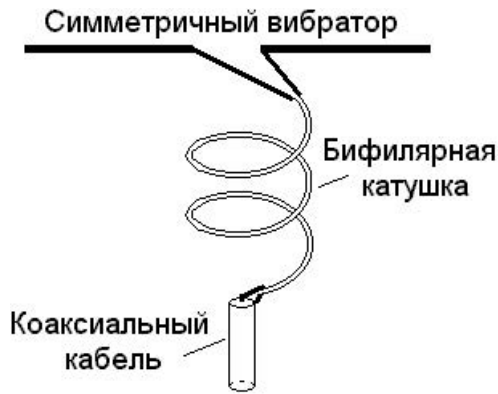


Рис. 3.22. Бифилярная катушка

индуктивности симметрирующей катушки, она наматывается на ферритовом сердечнике.

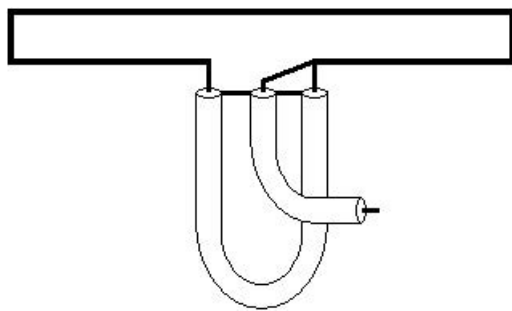


Рис. 3.23. Симметрирующее U-колено

Другим симметрирующим устройством является так называемое U -колено (рис. 3.23). Электрическая длина кабеля, составляющего U -колено, равна половине рабочей длины волны. При такой длине напряжения на входе и выходе кабеля находятся в противофазе, что позволяет приложить к зажимам вибратора противофазное напряжение относительно оплётки подводящего кабеля. Таким образом, полное напряжение, приложенное к вибратору, оказывается равным $2U$ (где U — напряжение на зажимах коаксиального кабеля), что в свою очередь приводит к трансформации сопротивления в 4 раза. Так, 75-омное сопротивление трансформируется в 300 Ом. Последнее очень удобно для сопряжения 75-омного кабеля с петлевым полуволновым вибратором, так как, как было показано ранее, у петлевого вибратора входное сопротивление в 4 раза больше, чем у обычного вибратора, т. е. как раз около 300 Ом.

Недостатком U -колена является то, что оно обеспечивает идеальное симметрирование только на одной частоте, на которой его электрическая длина равна $\lambda/2$. Достоинство U -колена — его простота.

Для достижения широкополосного симметрирования применяют так называемый «разрезной стакан» (рис. 3.24). Поле внутри стакана можно

представить в виде суммы двух колебаний E_1 и E_2 (рис. 3.25). В силу симметрии относительно центрального проводника поле E_2 не создаёт напряжения на зажимах $2 - 2'$. В то же время напряжение на входе устройства совпадает с напряжением поля E_2 в сечении $1 - 1'$. Напряжение, соответствующее полю E_1 , равно нулю в сечении $1 - 1'$ и напряжению на зажимах вибратора в сечении $2 - 2'$. Тогда в сечении $2 - 2'$

$$U_1 = U_{23} + U_{32'} = 2U_{23}.$$

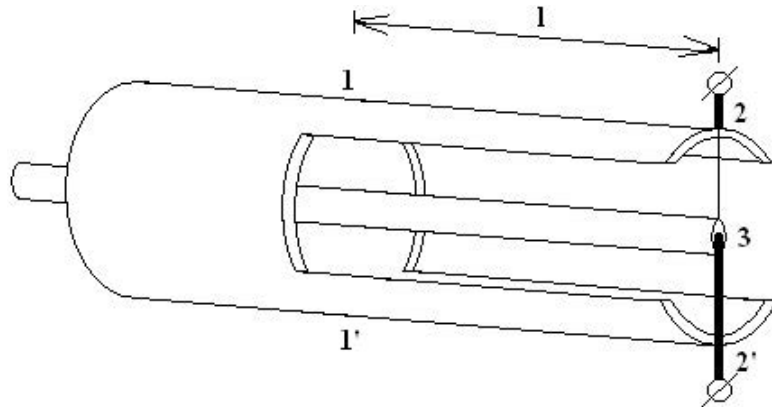


Рис. 3.24. «Разрезной стакан»

В рассматриваемом симметрирующем устройстве точки 2 и 3 соединены. Следовательно, полное напряжение $U_{23} + U_2$, т. е. сумма напряжений двух колебаний, должна быть равна нулю. Отсюда следует, что в сечении $2 - 2'$

$$U_2 = \frac{U_1}{2},$$

(U_1 — напряжение, соответствующее полю E_1 , U_2 — напряжение, соответствующее полю E_2).

Это даёт основание использовать для расчёта эквивалентную схему, изображённую на рис. 3.26.

Линия, соединяющая питающий кабель и симметричную нагрузку, имеет волновое сопротивление, соответствующее полю E_2 . Шлейф имеет волновое сопротивление, соответствующее полю E_1 . Если $l = \lambda/4$ и нагрузка чисто активна, то для согласования

$$W_2 = \frac{\sqrt{R_H W_0}}{2}.$$

Внешнее пространство по отношению к симметрирующему устройству симметрично. Поэтому устройство обеспечивает симметрирование, не зависящее от частоты. От частоты будет зависеть только согласование вибратора с питающим кабелем.

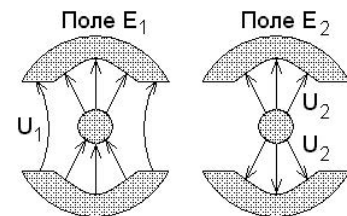


Рис. 3.25. Структура поля внутри «разрезного стакана»

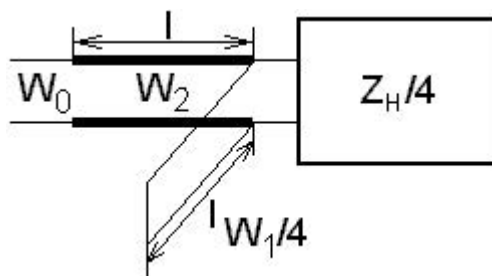


Рис. 3.26. Эквивалентная схема «разрезного стакана»

Кроме рассмотренных, существует ещё несколько типов симметрирующих устройств, построенных на основе как сосредоточенных элементов, так и линий передач. С этими устройствами можно ознакомиться в [15].

4. СИСТЕМЫ ВИБРАТОРОВ

4.1. Системы вибраторных антенн

Для формирования диаграммы направленности требуемого вида использования одиночных вибраторов недостаточно. Применение систем вибраторов позволяет при их соответствующем возбуждении создавать диаграмму направленности практически любой формы. Различают вибраторные антенны, отдельные элементы которых возбуждаются независимо, и антенны, в которых активен один элемент, а остальные являются пассивными.

Начнём с рассмотрения общего случая: имеется N произвольных вибраторов, к зажимам которых приложены напряжения U_n , как это показано на рис. 4.1.

Основываясь на принципе суперпозиции, общее поле системы вибраторов можно записать в виде:

$$\vec{E}(\vartheta, \varphi, r) = \sum_{n=1}^N \vec{E}_n(\vartheta, \varphi, r) = A \cdot \sum_{n=1}^N \vec{F}_n(\vartheta, \varphi, r) U_n,$$

где $\vec{E}_n(\vartheta, \varphi, r)$ — поле, создаваемое n -ным вибратором в предположении, что напряжение, приложенное к остальным вибраторам, равно нулю;

A — нормировочный множитель;

$\vec{F}_n(\vartheta, \varphi, r)$ — нормированная векторная диаграмма вибратора (в общем случае зависящая от расстояния между антенной и точкой наблюдения), полученная для случая, когда все вибраторы кроме рассматриваемого закорочены.

Аналогичные соотношения могут быть записаны не для напряжений на зажимах вибраторов, а для токов, протекающих через эти зажимы.

Нахождение $\vec{F}_n(\vartheta, \varphi, r)$ представляет сложную задачу, так как распределение токов по вибраторам зависит не только от их индивидуальных свойств, но и от их взаимного влияния.

Дальнейшее рассмотрение основано на пренебрежении взаимным влиянием вибраторов на распределение тока по ним и предположении, что токи по вибраторам распределены по синусоидальному закону. В такой постановке задачи достаточно задать или найти токи на зажимах и, далее, рассчитав излучение каждого вибратора, сложить эти излучения.

Для нахождения токов, протекающих через зажимы вибраторов при заданных напряжениях на них, необходимо определить входные сопротивления вибраторов в возбужденной антенной системе.

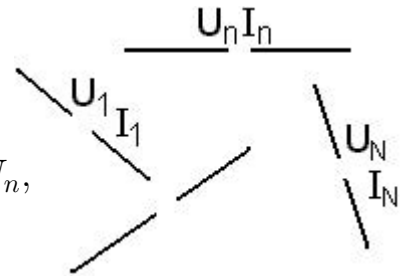


Рис. 4.1. Набор вибраторов в свободном пространстве

Используя понятия теории цепей, можно записать:

$$Z_n = \frac{U_n}{I_n} = \sum_{k=1}^N \frac{I_k}{I_n} Z_{nk}.$$

где Z_{nk} — взаимное сопротивление между k -м и n -м вибраторами; I_n, I_k — токи, через зажимы k -го и n -го вибраторов.

Для системы вибраторов можно записать:

$$I_1 Z_{11} + I_2 Z_{12} + \dots + I_N Z_{1N} = U_1$$

.....

$$I_1 Z_{N1} + I_2 Z_{N2} + \dots + I_N Z_{NN} = U_N.$$

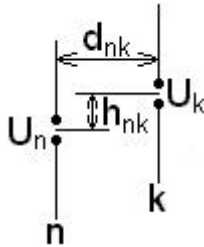
Или в матричной форме:

$$\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{U} \Rightarrow \mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{U}.$$

4.2. Взаимные сопротивления

При использовании оговоренного ранее предположения о том, что распределения токов по вибраторам заданы и не зависят от относительного расположения этих вибраторов, а также от величины возбуждающих напряжений, взаимные сопротивления между двумя произвольно выбранными вибраторами можно вычислить, рассматривая их изолированно от остальных элементов антенной системы.

Собственно расчёт производится на основе метода наведённых электродвижущих сил, согласно которому



$$Z_{nk} = -\frac{1}{I_k} \int_{-l_n}^{+l_n} E_{kn}(z) f_n(z) dz, \quad (4.1)$$

где $E_{kn}(z)$ — касательная составляющая электрического поля, создаваемого на поверхности n -го вибратора полем k -го вибратора, ток через зажимы которого равен I_k (ось Z соответствует n -му вибратору); $f_n(z)$ — распределение тока по n -му вибратору.

Вычисления по (4.1) упрощаются, если вибраторы параллельны друг другу. Тогда для определения $E_{kn}(z)$ можно воспользоваться соотношением (3.33), в котором a заменяется на d_{nk} (рис. 4.2). Если $d_{nk} \gg \lambda$ (достаточно, чтобы $d_{nk} > \lambda$), $h_{nk} = 0$, а $l_n = l_k = \lambda/4$, можно получить упрощённую формулу:

$$\begin{aligned} Z_{nk} &= \frac{R_{\Sigma}(kl, d_{nk}, h_{nk}) + iX_{\Sigma}(kl, d_{nk}, h_{nk})}{\sin^2 kl} = \\ &= \frac{120}{kd_{nk}} (\sin kd_{nk} + i \cos kd_{nk}). \end{aligned} \quad (4.2)$$

График, получающийся в результате применения формулы (4.1) приведен на рис. 4.3.

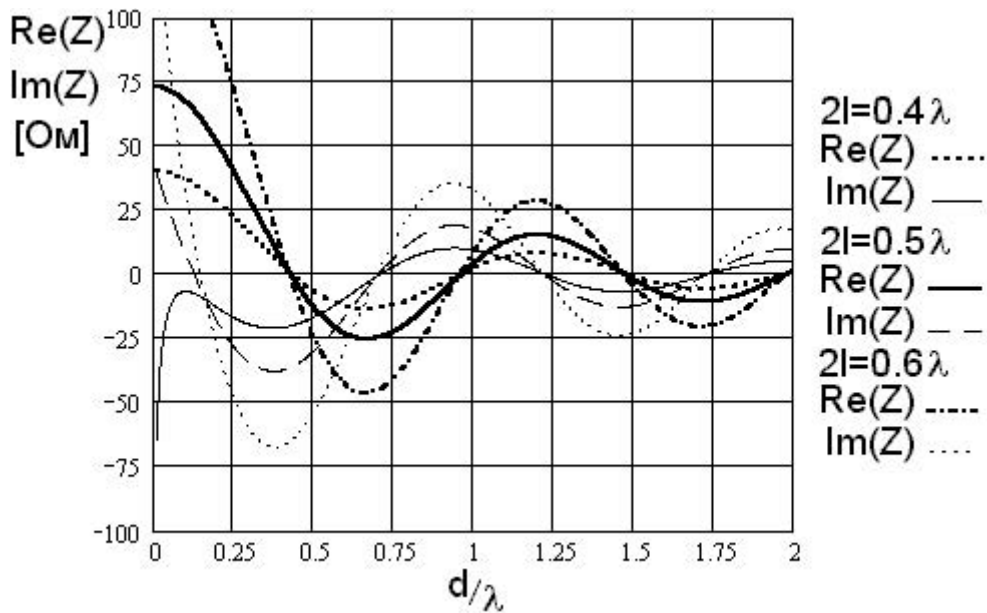


Рис. 4.3. Зависимость взаимного сопротивления двух параллельных вибраторов от расстояния между ними

В таб. 4.1, приведены значения R и X в зависимости от h при $d_{nk} = 0$. Для расстояний $h_{nk}/\lambda > 1.5$ взаимным влиянием можно пренебречь.

Таблица 4.1

h/λ	R	X
0,5	26,4	20,2
1,0	-4,1	-0,7
1,5	1,7	0,2

4.3. Мощность излучения системы вибраторов

Мощность излучения системы вибраторов (имеется в виду активная часть мощности) равна сумме мощностей, подводимых к отдельным вибраторам:

$$P_{\Sigma} = \sum_{n=1}^N P_n.$$

Очевидно, что

$$P_n = |I_n|^2 \cdot \Re Z_n = \Re (U_n \cdot I_n^*).$$

Отсюда

$$P_{\Sigma} = \sum_{n=1}^N |I_n|^2 \cdot \Re Z_n = \sum_{n=1}^N \Re (U_n \cdot I_n^*).$$

4.4. Понятие о среднем сопротивлении. Связь между средним сопротивлением и коэффициентом направленного действия

Пусть вибраторы возбуждены таким образом, что в некотором направлении их поля складываются в фазе. Тогда в этом направлении на расстоянии r

$$E = \sum_{n=1}^N |E_n|.$$

По определению

$$D = \frac{P_{\text{ин}}}{P_{\Sigma}},$$

где $P_{\text{ин}}$ — мощность изотропного излучателя, создающего на том же расстоянии r поле величины E .

Эта мощность равна

$$P_{\text{ин}} = \frac{E^2 r^2}{30}.$$

Будем рассматривать систему одинаковых и одинаково ориентированных вибраторов, токи через зажимы которых по модулю одинаковы и равны I . Тогда

$$P_{\Sigma} = I^2 \cdot \sum_{n=1}^N \Re Z_n. \quad (4.3)$$

Введем понятие *среднего сопротивления* $R_{\text{ср}}$:

$$R_{\text{ср}} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N \Re Z_n. \quad (4.4)$$

Подставляя (4.4) в (4.3), получим

$$P_{\Sigma} = N \cdot I^2 \cdot R_{\text{ср}}.$$

Для поля E для одинаковых и одинаково возбужденных вибраторов можно записать

$$E = N \cdot E_0,$$

где E_0 — поле, создаваемое одним вибратором.

Окончательно получим:

$$D = \frac{(NE_0)^2}{30NI^2R_{\text{ср}}} = \frac{N}{30R_{\text{ср}}} \cdot \left(\frac{E_0}{I} \cdot r \right)^2.$$

Для полуволновых вибраторов, полагая, что их диаграмма направленности приближенно равна $\sin \vartheta$, можно записать

$$E_0 = \frac{60I}{r} \sin \vartheta_{\text{max}},$$

где ϑ_{max} — направление, в котором поля отдельных вибраторов складываются в фазе.

Следовательно

$$D_{\lambda/2} = \frac{120N \sin^2 \vartheta_{max}}{R_{cp_{\lambda/2}}}$$

или

$$R_{cp_{\lambda/2}} = \frac{120N}{D_{\lambda/2}} \sin^2 \vartheta_{max}. \quad (4.5)$$

Если (4.5) принять за определение R_{cp} , расчет D необходимо производить по формуле:

$$D = \frac{4\pi |F(\vartheta_{max})|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} |F(\vartheta, \varphi)|^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi},$$

где $F(\vartheta, \varphi)$ — диаграмма направленности системы вибраторов при заданном возбуждении.

Следует отметить, что при изменении распределения возбуждения изменяется направление максимума диаграммы направленности. Изменяется и сама диаграмма. Это приводит к изменению как R_{cp} , так и вообще входных сопротивлений вибраторов.

4.5. Линейные вибраторные решетки

Пусть центры вибраторов расположены вдоль прямой линии с шагом, равным d . Направим вдоль этой линии ось Z . Рассмотрим случай, когда вибраторы одинаково ориентированы. Будем в дальнейшем рассматриваемую антенную систему называть антенной решёткой вибраторов или просто решёткой.

В силу принципа суперпозиции полное поле решётки можно записать в виде:

$$E(\vartheta, \varphi) = E_0 F_0(\vartheta, \varphi) \sum_{n=1}^N I_n e^{ikd(n-1) \cos \vartheta}, \quad (4.6)$$

где E_0 — поле отдельного вибратора в направлении максимума его диаграммы направленности при единичном токе через его зажимы;

$F_0(\vartheta, \varphi)$ — нормированная диаграмма направленности отдельного вибратора;

ϑ, φ — углы сферической системы координат.

Рассмотрим простейший случай, для которого амплитуды токов в вибраторах одинаковы, а фазы токов линейно меняются от вибратора к вибратору, причём разность фаз возбуждения соседних вибраторов равна $\Delta\psi$.

Полагая $|I_n| = 1$, получим:

$$E(\vartheta, \varphi) = E_0 F_0(\vartheta, \varphi) \sum_{n=1}^N e^{-i\Delta\psi(n-1)} e^{ikd(n-1) \cos \vartheta}.$$

Введем обозначение

$$\Delta\psi = kd \cos \vartheta_{max}.$$

Тогда, учитывая формулу для суммы геометрической прогрессии $S = \frac{q^N - 1}{q - 1}$, получим

$$E(\vartheta, \varphi) = E_0 F_0(\vartheta, \varphi) \frac{e^{iNkd(\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max})} - 1}{e^{ikd(\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max})} - 1}.$$

Отсюда диаграмму направленности антенной решетки можно представить в виде:

$$F(\vartheta, \varphi) = F_0(\vartheta, \varphi) \cdot \frac{e^{iN\frac{kd}{2}(\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max})} - 1}{e^{i\frac{kd}{2}(\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max})} - 1} \cdot \frac{\sin [N\frac{kd}{2}(\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max})]}{N \sin [\frac{kd}{2}(\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max})]}.$$

Появление множителя $\frac{1}{N}$ связано с нормировкой диаграммы. Если теперь перенести начало координат из центра 1-го вибратора в центр решетки, то второй множитель в выражении для $F(\vartheta, \varphi)$ превратится в единицу. И окончательно диаграмму направленности можно представить в виде:

$$F(\vartheta, \varphi) = F_0(\vartheta, \varphi) \cdot \frac{\sin [N\frac{kd}{2}(\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max})]}{N \sin [\frac{kd}{2}(\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max})]} = F_0(\vartheta, \varphi) \cdot F_1(\vartheta, \varphi). \quad (4.7)$$

Множитель $F_1(\vartheta, \varphi)$ в (4.7) носит название *множителя решетки*.

Далее рассмотрим подробнее два случая ориентации вибраторов:

- 1) вибраторы параллельны оси X ;
- 2) вибраторы параллельны оси Z .

4.5.1. Решетка параллельных вибраторов

Рассмотрим систему параллельных вибраторов, изображенную на рис. 4.4.

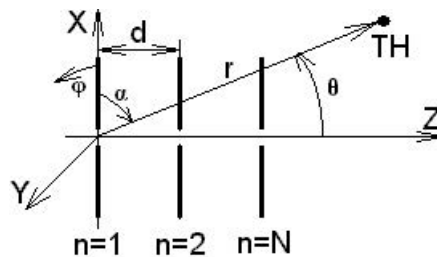


Рис. 4.4. Решетка параллельных вибраторов

В данном случае ненормированная диаграмма направленности отдельного элемента решетки (3.10) запишется следующим образом:

$$f_0(\alpha) = \frac{\cos(kl \cos \alpha) - \cos kl}{\sin \alpha} = \frac{\cos(kl \cos \alpha) - \cos kl}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} =$$

$$= \left| \cos \alpha = \cos \varphi \sin \vartheta \right| = \frac{\cos(kl \cos \varphi \sin \vartheta) - \cos kl}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \vartheta}} = f_0(\vartheta, \varphi).$$

Рассмотрим изменение уровня поля в плоскости, перпендикулярной осям вибраторов (плоскость H). Для параллельных вибраторов в этой плоскости

$$F_0(\vartheta, \varphi)|_{\varphi=90^\circ} = 1.$$

Поэтому ДН определяется множителем решетки $F_1(\vartheta, \varphi)$.

В зависимости от величины отношения d/λ и значения ϑ_{max} множитель $F_1(\vartheta, \varphi)$ имеет один или несколько максимумов. Соответственно диаграмма направленности антенны также будет иметь один или несколько максимумов. Как правило, нужно получить только один максимум. Для этого необходимо, чтобы числитель обращался в ноль только при $\vartheta = \vartheta_{max}$. Отсутствие других максимумов обеспечивается выполнением условия

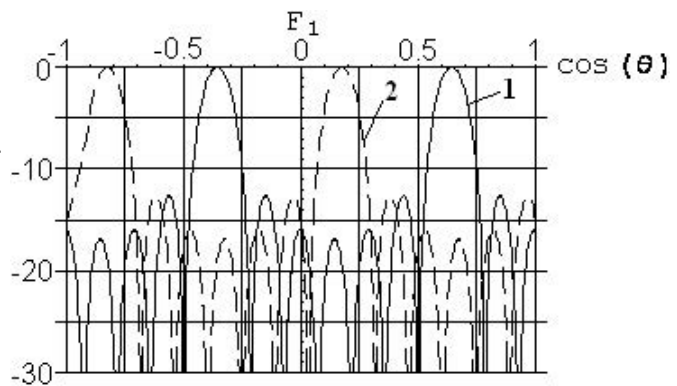


Рис. 4.5. ДН решетки параллельных вибраторов
($d = \lambda$, $N = 7$, $\varphi = 90^\circ$,
1) $\vartheta_{max} = 50^\circ$, 2) $\vartheta_{max} = 80^\circ$)

$$\left| \frac{kd}{2} (\cos \vartheta - \cos \vartheta_{max}) \right| < \pi.$$

Очевидно, что максимум выражения, стоящего в скобках, соответствует $\vartheta = 0$ или $\vartheta = \pi$ (в зависимости от знака $\cos \vartheta_{max}$). Для этих значений ϑ $|\cos \vartheta| = 1$. Отсюда условие отсутствия дополнительных максимумов принимает вид:

$$d < \frac{\lambda}{1 + |\cos \vartheta_{max}|}. \quad (4.8)$$

Процесс появления дополнительных максимумов удобно наблюдать, если построить $F_1(\vartheta, \varphi)$ в зависимости не от ϑ , а от $\cos \vartheta$. График этой зависимости представлен на рис. 4.5. Изменение ϑ_{max} приводит к смещению $F_1(\cos \vartheta)$ без изменения формы этой зависимости.

Приведённый на рис. 4.6 график даёт наглядное представление о появлении дополнительных максимумов при изменении ϑ_{max} .

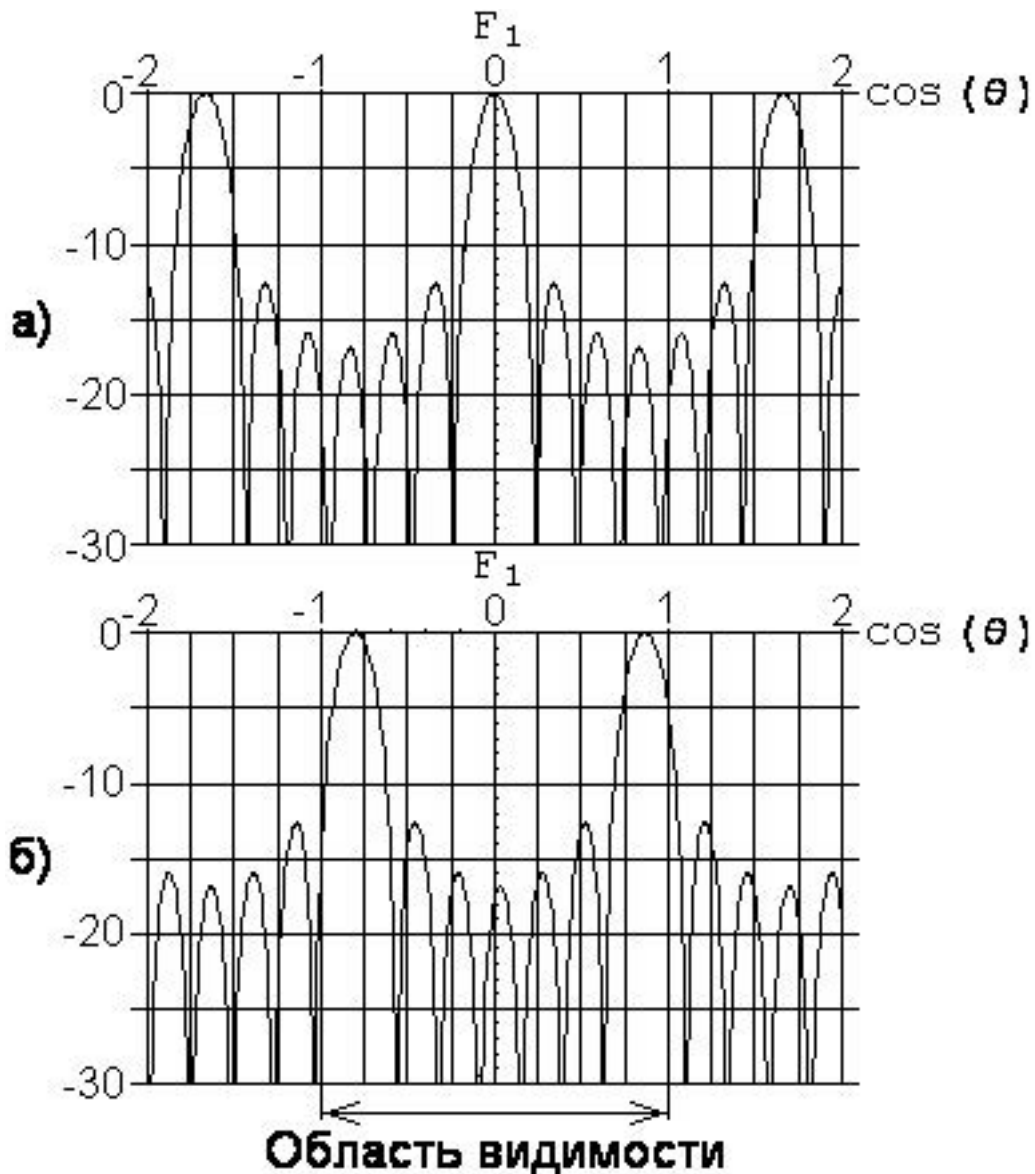


Рис. 4.6. ДН решетки параллельных вибраторов ($d = 0.6\lambda$, $N = 7$, $\varphi = 90^\circ$; а) $\vartheta_{max} = 90^\circ$, б) $\vartheta_{max} = 30^\circ$)

4.5.2. Решетка коллинеарных вибраторов

Решетка коллинеарных вибраторов изображена на рис. 4.7.

Этот случай отличается от предыдущего тем, что диаграмма направленности антенной решётки зависит только от угла ϑ . Если длина вибраторов не превышает $\lambda/2$, то для $F_0(\vartheta)$ с достаточной точностью можно записать

$$F_0(\vartheta) = \sin \vartheta.$$

Очевидно, что множитель решётки $F_1(\vartheta)$ будет таким же, как и в предыдущем случае. Диаграмма направленности антенной решётки для рассматриваемого случая показана на рис. 4.8. Чтобы подчеркнуть влияние $F_0(\vartheta)$,

для приведённого на рис. 4.8 примера d взято достаточно большим, и условие (4.8) для него не выполняется.

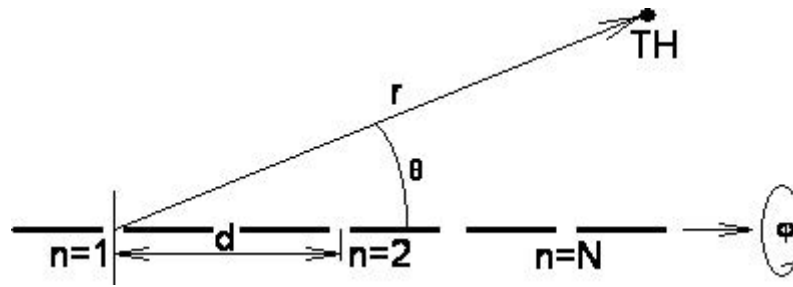


Рис. 4.7. Решетка коллинеарных вибраторов

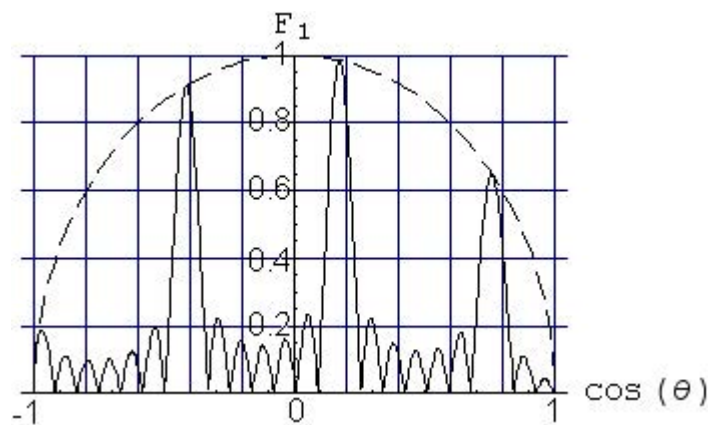


Рис. 4.8. ДН решетки коллинеарных вибраторов ($d = 1,7\lambda$, $N = 7$, $\vartheta_{max} = 80^\circ$)

Так как ДН антенны не зависит от угла φ , то пространственная ДН представляет собой тело вращения вокруг оси Z .

Для определения КНД антенны нужно подставить выражение для ДН решетки коллинеарных вибраторов в (3.45). Зависимость D_{max} от ϑ_{max} представлена на рис. 4.9.

При малых ϑ_{max} основное излучение проходит через боковые лепестки, что иллюстрирует рисунок 4.10.

4.6. Антенные решетки, содержащие пассивные вибраторы

В достаточно простых линейных антенных решётках используется только один активный вибратор. Остальные вибраторы либо закорочены, либо нагружены на специально подобранные чисто реактивные сопротивления.

Простейшим примером является двухэлементная антенна. В зависимости от характера реактивного сопротивления пассивного вибратора изменяется положение главного максимума антенны (рис. 4.11).

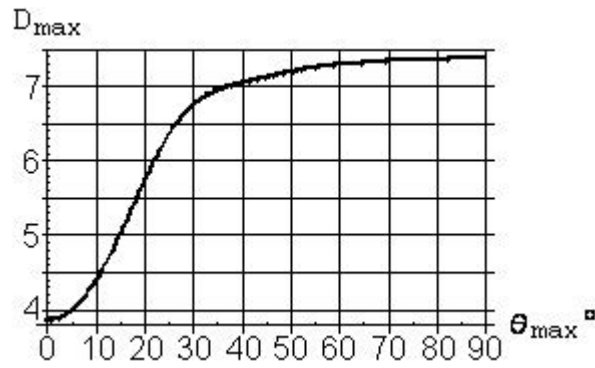


Рис. 4.9. Зависимость КНД решетки коллинеарных вибраторов ($d = \lambda/2, N = 7$) от направления максимального излучения

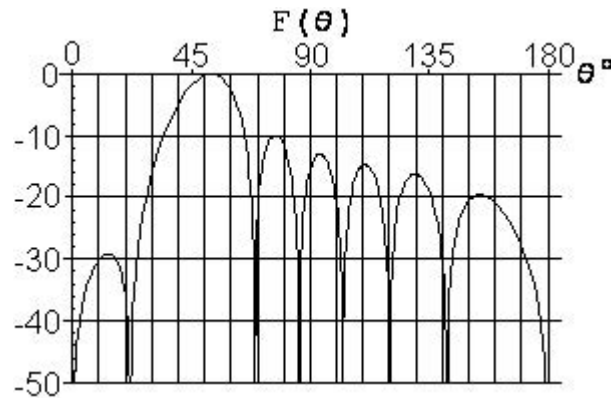


Рис. 4.10. ДН решетки коллинеарных вибраторов ($d = \lambda/2, N = 7, \vartheta_{max} = 50^\circ$)

Для обеспечения достаточного возбуждения пассивного вибратора и оптимизации формы диаграммы направленности (уменьшения уровня заднего лепестка) расстояние между элементами антенны выбирается в пределах $0, 1\lambda - 0, 25\lambda$.

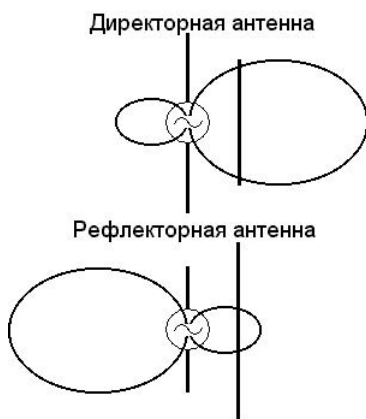


Рис. 4.11. Двухэлементные антенны

На основании общих соотношений (4.6) диаграмма направленности двухэлементной антенны в плоскости E имеет вид:

$$F(\vartheta) = A \cos \vartheta \left| 1 + \frac{I_2}{I_1} \cdot e^{i(kd \cos \vartheta + \psi)} \right|,$$

где $\frac{I_2}{I_1} = \left| \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \right|$; $\psi = \arg \left(-\frac{Z_{12}}{Z_{22}} \right)$;

Z_{12} — взаимное сопротивление вибраторов;

Z_{22} — собственное сопротивление пассивного вибратора, включающее сопротивление элемента настройки;

A — нормировочный множитель.

Расчёт показывает, что если за счёт подбора длины пассивного вибратора (его укорочения по сравнению с $\lambda/2$ или включения соответствующего элемента настройки ёмкостного характера) Z_{22} имеет ёмкостный характер, то главный максимум диаграммы направленности антенны направлен в сторону пассивного элемента. Такая антенна называется *директорной*, а пассивный вибратор — *директором*.

Если Z_{22} имеет индуктивный характер, то главный максимум диаграммы направленности антенны направлен в противоположную сторону от пассивного элемента. Такая антенна называется *рефлекторной*, а пассивный вибратор — *рефлектором*.

Для улучшения направленных свойств используют антенны, содержащие несколько директоров. По имени изобретателей такой антенны её называют *антенной Уда-Яги*. Часто её называют антенной типа «волновой канал». Число директоров может достигать десяти и более. На рис. 4.12 в качестве примера приведена диаграмма направленности антенны с пятью директорами одинаковой длины, оптимизированная по максимуму коэффициента направленного действия.

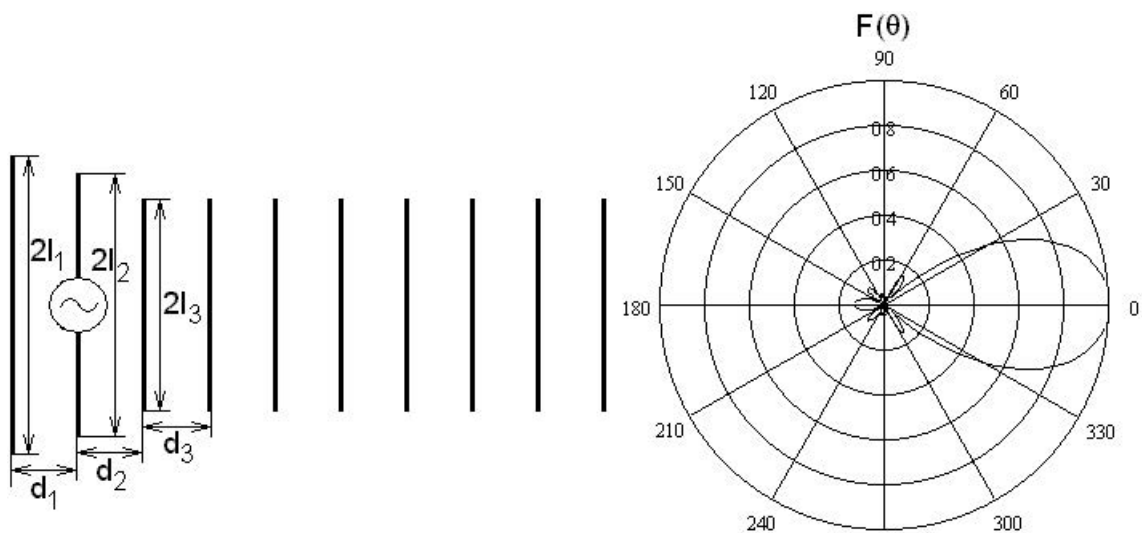


Рис. 4.12. Антенна Уда-Яги и её диаграмма направленности ($2l_1 = 0,56\lambda$, $2l_2 = 0,45\lambda$, $2l_3 = 0,39\lambda$, $d_1 = 0,325\lambda$, $d_2 = 0,25\lambda$, $d_3 = 0,27\lambda$)

5. АПЕРТУРНЫЕ АНТЕННЫ (Часть 1)

5.1. Апертурные антенны

В диапазонах дециметровых, сантиметровых и миллиметровых волн широкое применение получили апертурные антенны. К апертурным относятся рупорные, зеркальные и линзовые антенны (рис. 5.1). Общим для них является возможность выделить некоторую поверхность, электромагнитное поле на которой известно. В том случае, когда выделенная поверхность плоская, а фаза электромагнитного поля на ней постоянна или имеет линейный набег, излучение антенны представляет собой узкий луч, т. е. антенна имеет высокую направленность.

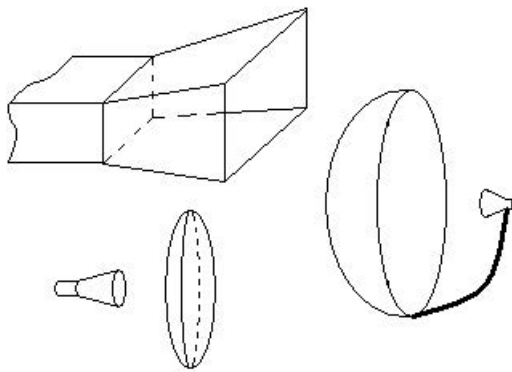


Рис. 5.1. Апертурные антенны

Поверхность, через которую происходит излучение, называют *апертурой* (отсюда название «апертурные антенны») или раскрывом. Если поперечные размеры раскрыва существенно превышают длину волны (практически достаточно, чтобы минимальный размер был больше 2λ), электрическое и магнитное поля на раскрыве связаны между собой как в плоской волне:

$$\frac{|E|}{|H|} = 120\pi \text{ [Ом]}.$$

Это позволяет на основе принципа эквивалентности (смотри [4]) записать поле в дальней зоне апертурной антенны (рис. 5.2) в виде:

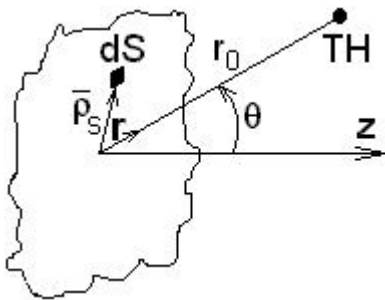


Рис. 5.2. Апертура

$$E_{\text{д.з.}} = \frac{e^{-jkr_0}}{\lambda r_0} \cdot \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \cdot \int_{S_A} E_s \cdot e^{ik(\vec{\rho}_s \cdot \mathbf{r})} dS, \quad (5.1)$$

где $E_{\text{д.з.}}$ — комплексная амплитуда поля в дальней зоне; r_0 — расстояние от антенны до точки наблюдения; $\vec{\rho}_s$ — вектор, характеризующий положение точки интегрирования на апертуре;

\mathbf{r} — единичный вектор, направленный в сторону точки наблюдения; E_s — комплексная амплитуда поля на апертуре.

При выводе формулы (5.1) предполагалось, что поле на апертуре антенны не меняет ориентации. В противном случае расчёт поля излучения должен производиться отдельно для ортогональных составляющих поля на апертуре при использовании прямоугольной декартовой системы координат. В дальней зоне необходимо векторно сложить полученные результаты.

Используя выражение (5.1), нетрудно вычислить диаграмму направленности апертурной антенны в дальней зоне.

Если точка наблюдения находится сравнительно недалеко от антенны, необходимо уточнить расстояние от неё до точки интегрирования. То есть необходимо более точно вычислить длину вектора $\mathbf{r} \cdot \vec{r}_0 - \vec{\rho}_s$. Отбросив члены более высокого порядка малости, чем ρ_s/r_0 получим:

$$|\mathbf{r} \cdot \vec{r}_0 - \vec{\rho}_s| = r_0 - \rho_s \sin \vartheta \cos(\varphi - \varphi_s) + \frac{1}{2} \frac{\rho_s^2}{r_0} \left(1 - \sin^2 \vartheta \cos^2(\varphi - \varphi_s) \right), \quad (5.2)$$

где ϑ, φ — угловые координаты точки наблюдения; ρ_s, φ_s — координаты точки интегрирования в полярной системе координат.

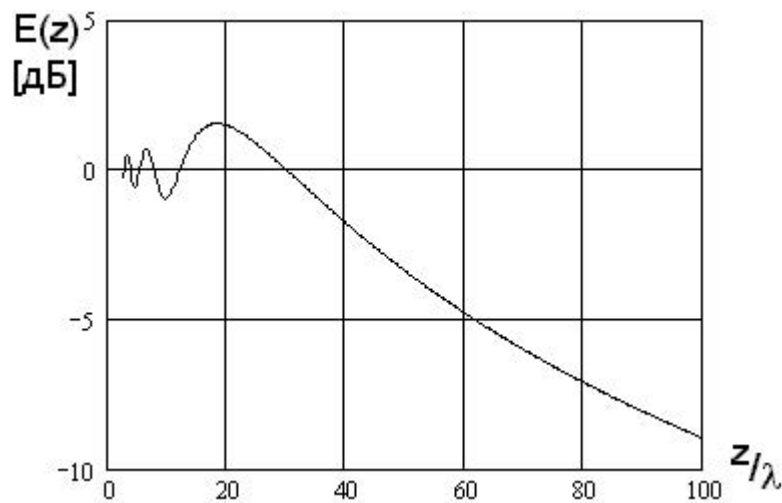


Рис. 5.3. Распределение поля вдоль оси Z для круглой апертуры ($a = 5\lambda$, нормировка на величину поля в центре апертуры)

На рис. 5.3 приведён пример распределения поля вдоль оси Z для круглой апертуры при спадающем распределении поля на самой апертуре по закону $\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\rho_s}{a}\right)$, где a — радиус апертуры. В поперечном направлении распределение поля для разных расстояний до апертуры показано на рис. 5.4. Выбраны расстояния: $\frac{r_0}{2a} = \frac{1}{2} \frac{2a}{\lambda}, \frac{1}{4} \frac{2a}{\lambda}, \frac{1}{8} \frac{2a}{\lambda}$ и $\frac{1}{16} \frac{2a}{\lambda}$ для которых разность фаз полей, пришедших в точку наблюдения, находящуюся на оси апертуры, от центра апертуры и её края, составляют $\pi/2, \pi, 2\pi$ и 4π .

Считается, что для $\frac{r_0}{2a} > 2 \frac{2a}{\lambda}$ поля различных точек апертуры на её оси складываются практически синфазно, и для этих расстояний точка наблюдения находится в дальней зоне, называемой *зоной Фраунгофера*.

Для $\frac{r_0}{2a} < 2 \frac{2a}{\lambda}$ необходимо учитывать несинфазность. Эта зона называется *зоной Френеля*.

Нижняя граница зоны Френеля определяется необходимостью более точного расчёта расстояний от точки наблюдения до точки интегрирования, чем то, что даёт соотношение (5.2).

Область между антенной и зоной Френеля называется *зоной Релея* или ближней зоной. Её граница определяется соотношением

$$r_0 = a \cdot \sqrt[3]{\frac{2a}{\lambda}}.$$

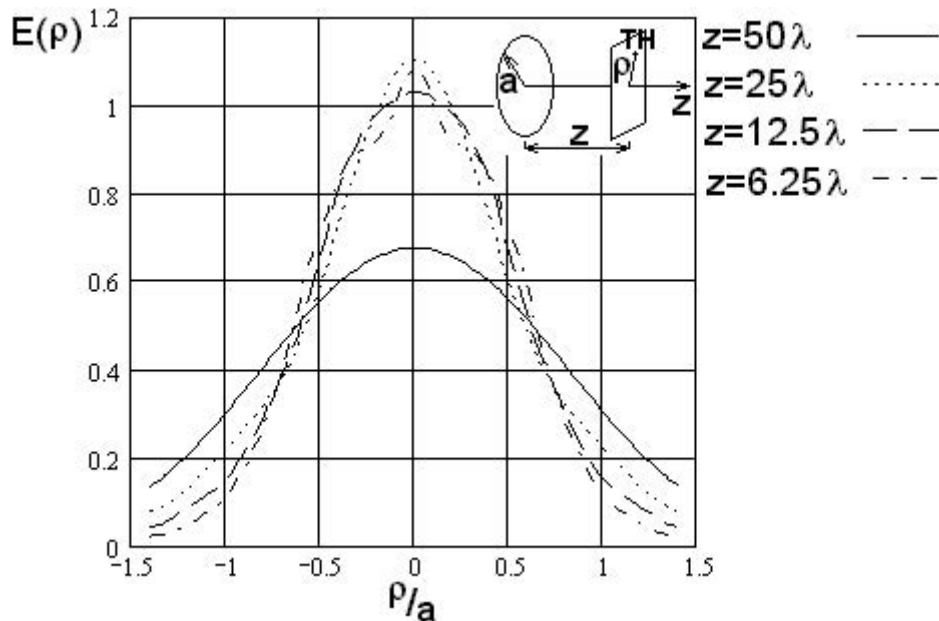


Рис. 5.4. Распределение поля в поперечном направлении для круглой апертуры ($a = 5\lambda$, нормировка на величину поля в центре апертуры)

Критерий дальней зоны используется для выбора минимального расстояния до антенны при измерении её диаграммы направленности. Как следует из выше сказанного, это расстояние должно превышать поперечник антенны $2a$ в удвоенное отношение размера её поперечника к длине волны.

5.2. Геометрическая оптика

Для расчета апертурных антенн довольно часто применяется метод геометрической оптики [2]. Хотя он и приближённый, но даёт пригодные для практики результаты. Причём приближение тем лучше, чем больше размеры апертуры по отношению к длине волны.

При вычислении поля по методу ГО предполагается, что энергия электромагнитного поля распространяется вдоль лучей, которые перпендикулярны поверхностям равных фаз. Каждой точке луча соответствуют определенные значения векторов \vec{E} и \vec{H} . Векторы \vec{E} и \vec{H} перпендикулярны лучу, их фазы изменяются линейно вдоль него, а характер изменения амплитуд устанавливается на основе закона сохранения энергии.

Если на какой-либо поверхности равных фаз S_0 выделить малую площадку ΔS_0 , то весь поток энергии, проходящий через нее за период, будет

распространяться внутри энергетической трубки, боковая поверхность которой образована лучами, проходящими через контур площадки ΔS_0 (рис. 5.5). При $\Delta S_0 \rightarrow 0$ энергетическая трубка переходит в луч. Поток энергии через боковую поверхность отсутствует.

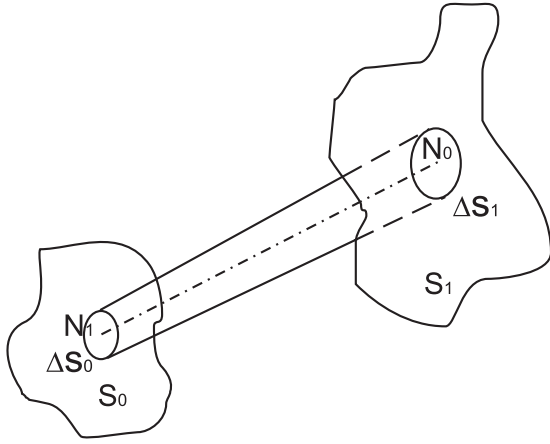


Рис. 5.5. Энергетическая трубка

Если рассмотреть две площадки, ΔS_0 и ΔS_1 , вырезанные энергетической трубкой в поверхностях равных фаз S_0 и S_1 , то, так как средний за период поток энергии через эти площадки должен быть неизменным, можно записать

$$\frac{|\vec{E}(N_1)|^2}{|\vec{E}(N_2)|^2} = \frac{\Delta S_0}{\Delta S_1}.$$

При решении задач методом геометрической оптики необходимо помнить законы Снеллиуса:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \sin \varphi_2, \\ n_1 \sin \varphi_1 &= n_2 \sin \vartheta, \end{aligned}$$

где φ_1 — угол падения, φ_2 — угол отражения, ϑ — угол преломления. Все углы отсчитываются от нормали к поверхности. Волна распространяется из среды с показателем преломления n_1 в среду с показателем преломления n_2 .

5.3. Уравнение эйконала

Запишем уравнения Максвелла при отсутствии сторонних источников и с учётом материальных уравнений:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= +i\omega\epsilon\vec{E}, \\ \text{rot } \vec{E} &= -i\omega\mu\vec{H}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \text{div}(\epsilon\vec{E}) &= 0, \\ \text{div}(\mu\vec{H}) &= 0. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Решение ищется в неоднородной изотропной среде. При этом $\mu = \mu_0$, $\epsilon = \epsilon(x, y, z)$.

Переход к геометрической оптике можно осуществить, устремив длину волны к нулю, или, что тоже самое, волновое число к бесконечности.

Будем искать решение в следующем виде

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{e}_0 A e^{-ik_0 L}, \\ \vec{H} &= \vec{h}_0 B e^{-ik_0 L}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ — волновое число, A и B — медленно меняющиеся функции, зависящие от поперечных, по отношению к направлению распространения, координат, L — скалярная функция.

Подставим (5.5) в (5.3)

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}(\vec{h}_0 B) - ik_0[\operatorname{grad} L \times \vec{h}_0 B] - ik_0 \frac{\varepsilon_r}{W_0} \vec{e}_0 A &= 0, \\ \operatorname{rot}(\vec{e}_0 A) - ik_0[\operatorname{grad} L \times \vec{e}_0 A] + ik_0 \mu_r W_0 \vec{h}_0 B &= 0. \end{aligned} \quad (5.6)$$

При выводе этих уравнений использовалось тождество:

$$\operatorname{rot}(\varphi \vec{A}) = \varphi \operatorname{rot} \vec{A} + [\operatorname{grad} \varphi \times \vec{A}].$$

Поскольку $k_0 \rightarrow \infty$, а A и B меняются медленно, то первым слагаемым в (5.6) можно пренебречь по сравнению с другими

$$\begin{aligned} [\operatorname{grad} L \times \vec{h}_0 B] + \frac{\varepsilon_r}{W_0} \vec{e}_0 A &= 0, \\ [\operatorname{grad} L \times \vec{e}_0 A] - \mu_r W_0 \vec{h}_0 B &= 0. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Аналогичным образом, после подстановки (5.5) в (5.4), можно получить следующие выражения

$$\begin{aligned} (\vec{e}_0 A \cdot \operatorname{grad} L) &= 0, \\ (\vec{h}_0 B \cdot \operatorname{grad} L) &= 0. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Для вывода этих соотношений использовались тождества:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\varphi \vec{A}) &= (\vec{A} \cdot \operatorname{grad} \varphi) + \varphi \operatorname{div} \vec{A}, \\ \operatorname{grad}(\varphi \psi) &= \psi \operatorname{grad} \varphi + \varphi \operatorname{grad} \psi. \end{aligned}$$

Теперь подставим $\vec{h}_0 B$ из второго уравнения (5.7) в первое и, учтя (5.8), получим

$$(\operatorname{grad} L)^2 = n^2, \quad (5.9)$$

где $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ — показатель преломления среды.

L называют *эйконалом*, а уравнение (5.9) — уравнением эйконала.

Уравнение поверхностей равных фаз запишется следующим образом

$$L(x, y, z) = \operatorname{const}.$$

Вектор $\operatorname{grad} L$ перпендикулярен поверхностям равных фаз. Линии этого вектора и есть лучи.

5.4. Принцип Ферма

Рассмотрим две поверхности равных фаз — L_1 и L_2 (рис.5.6).

Как видно из (5.8), $grad L$ перпендикулярен поверхностям равных фаз, т. е. направлен по касательной к лучу. Из уравнения эйконала следует, что

$$grad L = n\vec{\ell}, \quad (5.10)$$

где $\vec{\ell}$ — единичный вектор, направленный по касательной к лучу.

Оптической длиной кривой называют

$$N = \int_{\Gamma} n dl. \quad (5.11)$$

Так как $grad L = \vec{\ell} \frac{dL}{dl}$, то, учитывая (5.10), получим

$$\frac{dL}{dl} = n, \quad (5.12)$$

где dl — расстояние между точками пересечения нормали с волновыми фронтами L_1 и $L_1 + dL$.

Из рис. 5.6 видно, что

$$dl = \cos \gamma dx. \quad (5.13)$$

Чтобы найти оптическую длину луча нужно подставить (5.12) и (5.13) в (5.11):

$$N = \int_{\Gamma} n dl = \int_{A_1}^{A_2} n \cos \gamma dx = \int_{A_1}^{A_2} dL = L(A_2) - L(A_1).$$

Принцип Ферма утверждает, что оптическая длина реального луча между любыми двумя точками A_1 и A_2 короче оптической длины любой другой кривой, соединяющей эти точки и лежащей в области, где проходит только один луч. Также его называют — принцип наикратчайшего пути [4].

5.5. Апланатические линзы. Условие синусов Аббе

Рассмотрим линзу с двумя преломляющими поверхностями. Требуется найти условие, при котором обеспечивается не только синфазность на апертуре, но и линейный фазовый набег при незначительном смещении облучателя из фокуса перпендикулярно оси линзы (рис. 5.7). При этом форма диаграммы направленности практически не меняется [16].

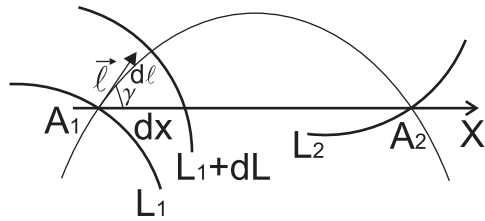


Рис. 5.6. Оптическая длина луча

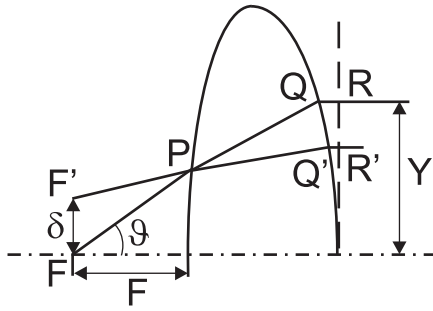


Рис. 5.7. Апланатическая линза

При $\delta \ll FP$ $F'P = FP - \sin \vartheta$. А так как в первом приближении QR и $Q'R$ параллельны и электрические длины PR и PR' равны, то разность электрических длин FR и $F'R$ будет равна $\Delta = \delta \sin \vartheta$.

Для того, чтобы фазовый набег на апертуре был линейным, необходимо чтобы $\Delta \sim \delta y$. Это выполняется, если

$$y = f' \sin \vartheta, \quad (5.14)$$

где $f' = \text{const}$ — параксиальное фокусное расстояние.

Уравнение (5.14) называют уравнением синусов Аббе.

5.6. Решение уравнения эйконала

Решение уравнения эйконала можно записать в виде

$$L = \Psi(q, q_1, q_2, a_1, a_2) + a, \quad (5.15)$$

где q, q_1, q_2 — переменные, которые в общем случае могут быть криволинейными координатами, a, a_1, a_2 — произвольные постоянные [17].

В ряде частных случаев можно осуществить разделение переменных:

$$L = f(q) + f(q_1) + f(q_2). \quad (5.16)$$

В результате получаем систему из трёх уравнений:

$$\begin{aligned} F\left(q, \frac{df}{dq}\right) &= 0, \\ F\left(q_1, \frac{df_1}{dq_1}\right) &= 0, \\ F\left(q_2, \frac{df_2}{dq_2}\right) &= 0. \end{aligned}$$

В качестве примера рассмотрим решение уравнения эйконала для структуры с центральной симметрией, где $n = n(r)$. В сферической системе координат

$$\begin{aligned} \text{grad}_r f &= \frac{\partial f}{\partial r}, \\ \text{grad}_\vartheta f &= \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \vartheta}, \\ \text{grad}_\varphi f &= \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial f}{\partial \varphi}. \end{aligned}$$

Подставим полученные выражения в уравнение эйконала (5.9)

$$\left(\frac{\partial L}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial L}{\partial \vartheta}\right)^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi}\right)^2 = n^2. \quad (5.17)$$

Перепишем (5.17) с учётом (5.16)

$$\left(r \frac{df}{dr}\right)^2 + \left(\frac{df_1}{d\vartheta}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \left(\frac{df_2}{d\varphi}\right)^2 = (rn)^2. \quad (5.18)$$

Так как правая часть уравнения (5.18) зависит только от радиуса, то можно записать

$$\begin{aligned} \frac{df_2}{d\varphi} = a_2 &\Rightarrow f_2(\varphi) = a_2\varphi + C_3, \\ \left(\frac{df_1}{d\vartheta}\right)^2 + \frac{a_2^2}{\sin^2 \vartheta} = a_1^2 &\Rightarrow f_1(\vartheta) = \int \sqrt{a_1^2 - \frac{a_2^2}{\sin^2 \vartheta}} d\vartheta + C_2, \\ \left(r \frac{df}{dr}\right)^2 + a_1^2 = (rn)^2 &\Rightarrow f(r) = \int \sqrt{n^2 - \frac{a_1^2}{r^2}} dr + C_1. \end{aligned}$$

В итоге получим

$$L = \int \sqrt{n^2 - \frac{a_1^2}{r^2}} dr + \int \sqrt{a_1^2 - \frac{a_2^2}{\sin^2 \vartheta}} d\vartheta + a_2\varphi + a, \quad (5.19)$$

где $a = C_1 + C_2 + C_3$.

Если учесть, что зависимость от угла φ отсутствует, то $a_2 = 0$ и (5.19) можно переписать в следующем виде

$$L = \int \sqrt{n^2 - \frac{a_1^2}{r^2}} dr + a_1\vartheta + a. \quad (5.20)$$

5.7. Уравнение для лучей

Уравнение эйконала может быть преобразовано к виду [17]

$$F\left(q, q_1, q_2, \frac{\partial L}{\partial q}, \frac{\partial L}{\partial q_1}, \frac{\partial L}{\partial q_2}\right) = 0.$$

Это уравнение можно разрешить относительно $\frac{\partial L}{\partial q}$

$$\frac{\partial L}{\partial q} + H\left(q, q_1, q_2, \frac{\partial L}{\partial q_1}, \frac{\partial L}{\partial q_2}\right) = 0.$$

Функция H называется Гамильтонианом, а записанное в таком виде уравнение эйконала — уравнение Гамильтона—Якоби.

В случае структур с центральной симметрией, где $n = n(r)$,

$$H(r, \vartheta, \varphi) = -\sqrt{n^2(r) - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial L}{\partial \vartheta}\right)^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi}\right)^2}.$$

Для нахождения уравнения лучей применяют теорему Якоби, которую применительно к данному случаю можно сформулировать следующим образом.

Пусть решение уравнения эйконала найдено в виде (5.15), тогда производная L по некоторому параметру a_i ($i = 1, 2$) равна некоторой постоянной β_i и определяет соответствующее семейство лучей, зависящее от четырёх произвольных постоянных.

Подставим (5.15) в (5.9) и продифференцируем по a_i

$$\frac{\partial}{\partial a_i}(\text{grad } L \cdot \text{grad } L) = 0,$$

или

$$\text{grad } L \cdot \text{grad } \frac{\partial L}{\partial a_i} = 0.$$

Отсюда следует, что $\text{grad } L \perp \text{grad } \frac{\partial L}{\partial a_i}$. Лучи перпендикулярны поверхностям $L = \text{const}$ и лежат на поверхностях $\frac{\partial L}{\partial a_i} = \text{const}$. Поэтому уравнения лучей можно определить как линии пересечения поверхностей $\frac{\partial L}{\partial a_1} = \text{const}$ и $\frac{\partial L}{\partial a_2} = \text{const}$.

Следующая система уравнений описывает семейство лучей

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi}{\partial a_1} = \beta_1, \\ \frac{\partial \Psi}{\partial a_2} = \beta_2. \end{cases} \quad (5.21)$$

Уравнения лучей запишутся в виде

$$\begin{cases} q_1 = q_1(q, a_1, a_2, \beta_1, \beta_2), \\ q_2 = q_2(q, a_1, a_2, \beta_1, \beta_2). \end{cases}$$

5.8. Уравнение Клеро

Рассмотрим структуру с центральной симметрией: $n = n(r)$. В уравнении (5.20) положим $a_1 = h$:

$$L = \int \sqrt{n^2 - \frac{h^2}{r^2}} dr + h\vartheta + a = \Psi(r, \vartheta, h) + a.$$

Уравнение луча (5.21) примет вид

$$\frac{\partial \Psi}{\partial h} = \beta_1.$$

В результате дифференцирования будем иметь

$$\vartheta = \int \frac{h}{r^2 \sqrt{n^2 - \frac{h^2}{r^2}}} dr + \beta_1. \quad (5.22)$$

Далее продифференцируем (5.22) по радиусу

$$\frac{d\vartheta}{dr} = \frac{h}{r^2 \sqrt{n^2 - \frac{h^2}{r^2}}}. \quad (5.23)$$

С другой стороны, как видно из рис. 5.8

$$\frac{d\vartheta}{dr} = \frac{tg \alpha}{r}. \quad (5.24)$$

Подставим (5.24) в (5.23)

$$\begin{aligned} \frac{tg \alpha}{r} &= \frac{h}{r^2 \sqrt{n^2 - \frac{h^2}{r^2}}}, \\ \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} &= \frac{h}{r \sqrt{n^2 - \frac{h^2}{r^2}}}, \\ rn(r) \sin \alpha &= \pm h. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Соотношение (5.25) называют уравнением Клеро.

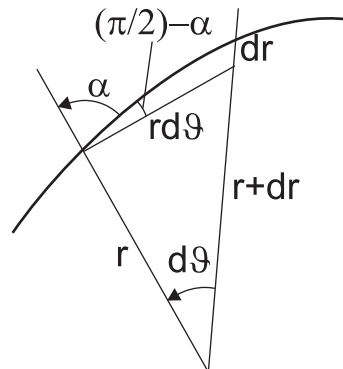


Рис. 5.8. Луч в структуре с центральной симметрией

5.9. Линза Люнеберга

Линза Люнеберга это сферическая линза с центральной симметрией и изменяющимся вдоль радиуса показателем преломления. Как и всякая линза, она позволяет сравнительно легко создавать такое распределение поля по раскрытию, которое обеспечит диаграмму направленности с малым

уровнем боковых лепестков, без перестройки работает в широкой полосе частот, облучатель не экранирует излучение антенны. Ее основные преимущества связаны с центральной симметрией. Это обеспечение механического сканирования луча в полном секторе углов без поворота всей антенны или формирование нескольких независимых диаграмм направленности при использовании нескольких облучателей.

Впервые задачу поставил и решил Люнеберг в 1944 г. [18]. Исходная задача, которую он исследовал, состояла в том, чтобы определить закон изменения показателя преломления сферической области ($r < 1$), для которой источник, лежащий на прямой, проходящей через центр, отображается в точку фокуса, лежащую на той же прямой, причём обе точки являются внешними по отношению к сфере. Исключая какие-либо эффекты преломления на поверхности сферической среды, мы подразумеваем, что показатель преломления изменяется плавно, и, следовательно, для линзы, находящейся в свободном пространстве, показатель преломления на поверхности $r = 1$ должен быть равен 1. В свою очередь Морган [19] перешёл от исходной системы Люнеберга, к системе, в которой показатель преломления является кусочно-непрерывным. Другими словами, сфера в данном случае состоит из оболочек, в каждой из которых показатель преломления меняется по своему закону. Среди подобных конструкций наибольшее значение имеет двухзонная линза, в которой внешняя оболочка имеет постоянный показатель преломления, а во внутренней показатель преломления изменяется по определённому закону. Подобная линза называется модифицированной линзой Люнеберга [20].

5.9.1. Зависимость показателя преломления от радиуса в линзе Люнеберга

Люнеберг решал задачу предполагая, что $n(r)$ непрерывная, монотонно убывающая функция на интервале $0 < R < 1$, коэффициент преломления на краю линзы равен 1 (рис. 5.9).

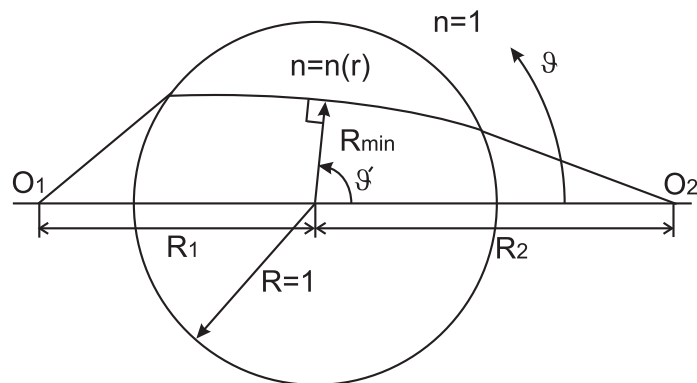


Рис. 5.9. Линза Люнеберга

Уравнение (5.22) для луча, проходящего через точку (R_0, ϑ_0) , запишет-

ся следующим образом

$$\vartheta = \vartheta_0 \pm h \int_{R_0}^R \frac{1}{r \sqrt{(nr)^2 - h^2}} dr. \quad (5.26)$$

Введём новую переменную: $\rho = nr$.

В некоторой точке расстояние от центра линзы до луча будет минимальным. Для неё (5.26) примет следующий вид:

$$\vartheta = \vartheta' \pm h \int_{R_{min}}^R \frac{1}{r \sqrt{\rho^2 - h^2}} dr.$$

В линзе Лüneберга луч должен проходить через фокусы O_1 и O_2 , поэтому можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \pi = \vartheta' + h \int_{R_{min}}^{R_1} \frac{1}{r \sqrt{\rho^2 - h^2}} dr, \\ 0 = \vartheta' - h \int_{R_{min}}^{R_2} \frac{1}{r \sqrt{\rho^2 - h^2}} dr. \end{cases}$$

Если вычесть из первого уравнения второе, получим

$$\begin{aligned} \pi = h \left(\int_{R_{min}}^1 \frac{1}{r \sqrt{\rho^2 - h^2}} dr + \int_1^{R_1} \frac{1}{r \sqrt{r^2 - h^2}} dr + \right. \\ \left. + \int_{R_{min}}^1 \frac{1}{r \sqrt{\rho^2 - h^2}} dr + \int_1^{R_2} \frac{1}{r \sqrt{r^2 - h^2}} dr \right) \end{aligned}$$

или

$$h \int_{R_{min}}^1 \frac{1}{r \sqrt{\rho^2 - h^2}} dr = f(h) = \arccos h + \frac{1}{2} \left[\arcsin \frac{h}{R_1} + \arcsin \frac{h}{R_2} \right].$$

Это интегральное уравнение можно свести к уравнению типа Абеля. Пусть $r = f(\rho)$, тогда $dr = r'(\rho) d\rho$. При $r = 1$ $n = 1$ и $\rho = 1$, а при $r = R_{min}$ $\rho = h$, что следует из уравнения Клеро, так как в данном случае $\alpha = 90^\circ$:

$$f(h) = -h \int_h^1 \frac{1}{\sqrt{\rho^2 - h^2}} d\rho, \quad (5.27)$$

где $\Omega(\rho) = -\ln r(\rho)$.

Подробное решение уравнения (5.27) приведено в [17]. В итоге получается, что

$$n = e^{q(\rho, R_1) + q(\rho, R_2)},$$

где

$$q(\rho, a) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\arcsin \frac{t}{a}}{\sqrt{t^2 - \rho^2}} dt.$$

В случае, когда $R_2 \rightarrow \infty$ $q(\rho, \infty) = 0$. Следовательно

$$n = e^{q(\rho, R_1)}.$$

А если, к тому же, источник находится на поверхности линзы ($R_1 = 1$), то

$$q(\rho, 1) = \frac{1}{2} \left(\ln(1 + \sqrt{1 - \rho^2}) \right),$$

следовательно $n = \sqrt{2 - r^2}$.

5.9.2. Зависимость показателя преломления от радиуса в модифицированной линзе Лüneберга

Модифицированная линза Лüneберга представлена на рис. 5.10.

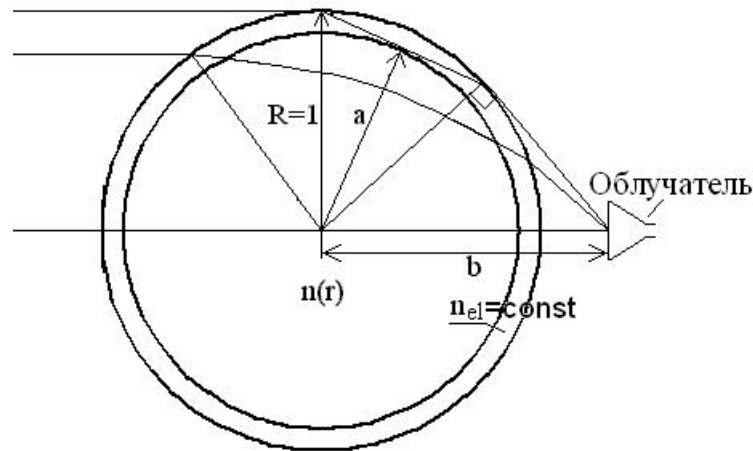


Рис. 5.10. Модифицированная линза Лüneберга

Внутри шара с радиусом $a < 1$ показатель преломления непрерывно меняется по закону $n(r)$, а в области $a \leq r \leq 1$ постоянен и равен $n_{el} = \sqrt{\epsilon_{el}}$. Толщину внешнего слоя нужно выбрать так, чтобы луч, идущий от облучателя к линзе по касательной, преломлялся и шел по касательной к внутреннему шару. Для этого необходимо выполнение равенства $a = \frac{1}{n_{el}}$.

Общее решение для линзы Лüneберга приведено в [17]:

$$n(\rho) = \frac{1}{a} \cdot e^{q(\rho, b) - Q(\rho)},$$

где

$$\rho(r) = n(r)r,$$

$$q(\rho, b) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho}^1 \frac{\arcsin\left(\frac{t}{b}\right)}{\sqrt{t^2 - \rho^2}} dt,$$

$$Q(\rho) = \frac{2}{\pi} \int_a^1 \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{1 - \rho^2}{n_{el}^2 - 1}} \right) \frac{dt}{t}.$$

На рис. 5.11 показана зависимость $\varepsilon(r)$ для обычной и модифицированной линзы Люнеберга.

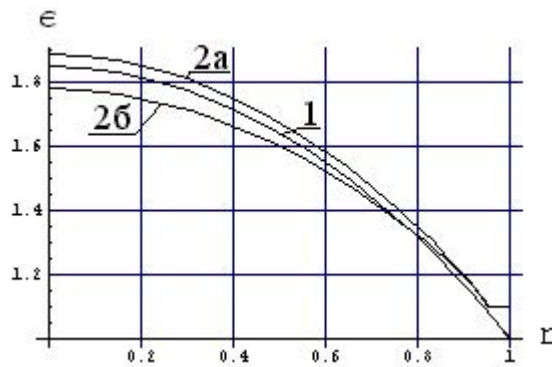


Рис. 5.11. Различные законы изменения диэлектрической проницаемости в линзах Люнеберга с вынесенным фокусом:

- 1 — линза Люнеберга ($b = 1, 1$);
- 2а — модифицированная линза Люнеберга ($b = 1, 1, \varepsilon_{el} = 1, 1, a = 0, 95$);
- 2б — модифицированная линза Люнеберга ($b = 1, 2, \varepsilon_{el} = 1, 1, a = 0, 95$)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Swanson, D. G. Microwave Circuit Modeling Using Electromagnetic Field Simulation / D. G. Swanson, W. J. R. Hofer. – Boston, London.: Artech House, 2003.
- [2] Пименов, Ю. В. Техническая электродинамика / Ю. В. Пименов, В. И. Вольман, А. Д. Муравцов. – М. : Радио и связь, 2000.
- [3] Вайнштейн, Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М. : Радио и связь, 1988.
- [4] Петров, Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн : Учебник для вузов. – 2-е изд., испр. / Б. М. Петров. – М. : Горячая линия-Телеком, 2003.
- [5] Ерохин, Г. А. Антенно-фидерные устройства и распространение радиоволн / Г. А. Ерохин, О. В. Чернышев, Н. Д. Козырев, В. Г. Кочержевский. – М. : Радио и связь, 1996.
- [6] Яковлев, О. И. Распространение радиоволн : учебное пособие. Изд. стереотип. / О. И. Яковлев, В. П. Якубов, В. П. Урядов, А. Г. Павельев; под ред. О. И. Яковлева. – М. : ЛЕНАНД, 2016.
- [7] Воскресенский, Д. И. Устройства СВЧ и антенны : учебник. Изд. 4-е, испр. и доп. / Д. И. Воскресенский, В. Л. Гостюхин, В. М. Максимов, Л. И. Пономарёв; под ред. Д. И. Воскресенского. – М. : Радиотехника, 2016.
- [8] Besser, L. Practical Rf Circuit Design for Modern Wireless Systems, Volume 1, Passive Circuits and Systems / L. Besser, G. Rowan. – London: Artech House, 2003.
- [9] Шанников, Д. В. Излучение и распространение электромагнитных волн : учебное пособие / Д. В. Шанников. – Л. : издательство ЛПИ им. М. И. Калинина, 1990.
- [10] Кочержевский, Г. Н. Антенно-фидерные устройства / Г. Н. Кочержевский. – М. : Связь, 1972.
- [11] Бабичев, А. П. Физические величины : справочник / А. П. Бабичев, Н. А. Бабушкина, А. М. Братковский [и др.]; под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. – М. : Энергоатомиздат, 1991
- [12] Марков, Г. Т. Возбуждение электромагнитных волн / Г. Т. Марков, А. Ф. Чаплин. – М.–Л. : Энергия, 1967.

- [13] Конторович, М. И. Некоторые замечания по поводу метода наводимых электродвижущих сил / М. И. Конторович // Радиотехника. - 1951. - т.6. - вып.2. - с.3–9.
- [14] Конторович, М. И. О двух формулировках метода наводимых эдс / М. И. Конторович // Радиотехника и Электроника. - 1979. - т.24. - вып.4. - с. 691–696.
- [15] Айзенберг, Г. З. Антенны УКВ. Часть I / Г. З. Айзенберг, В. Г. Ямпольский, О. Н. Терешин. – М. : Связь, 1977.
- [16] Кюн, Р Микроволновые антенны / Р. Кюн – Л. : Судостроение, 1967.
- [17] Зелкин, Е. Г. Линзовые антенны / Е. Г. Зелкин, Р. А. Петрова. – М. : Советское радио, 1974.
- [18] Luneberg, R. K. Mathematical Theory of Optics / R. K. Luneberg. – Providence, R.I.: Brown Univ., 1944.
- [19] Morgan, S. P. General Solution of the Luneberg Lens Problem / S. P. Morgan // Journal of Applied Physics. vol. 29, no.9, September 1958
- [20] Корнблит, С. СВЧ оптика. Оптические принципы в приложении к конструированию СВЧ антенн / С. Корнблит. – М. : Связь, 1980.

Кузьмин Сергей Викторович

ПРОЕКТИРОВАНИЕ УСТРОЙСТВ СВЧ ДИАПАЗОНА

Часть 1

Учебное пособие

Редактор *Л. К. Паршина*

План издания 2018 г., п.32

Подписано к печати 02.08.2018

Объем 5,0 п.л. Тираж 26 экз. Заказ 861

Редакционно-издательский отдел СПбГУТ

193232 СПб., пр. Большевиков, 22

Отпечатано в СПбГУТ

